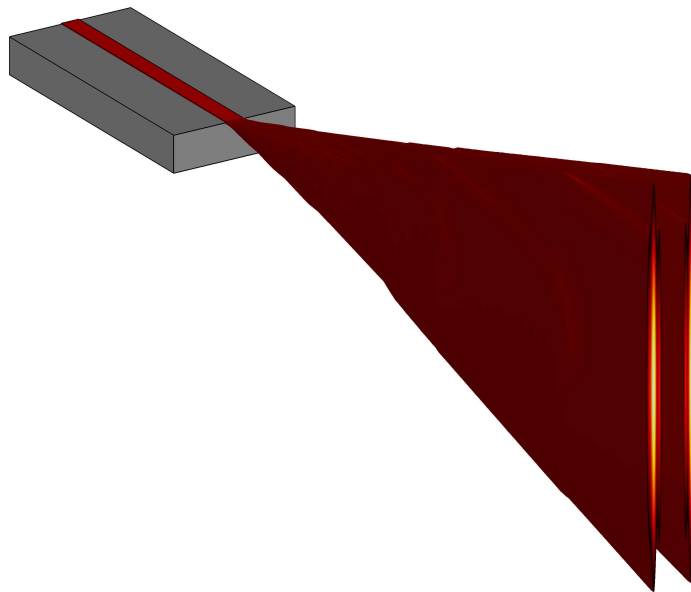


PUOLIJOHDEVALOLÄHTEIDEN MOODEJA

Henri Partanen



Pro gradu -tutkielma
toukokuussa 2011
Fysiikan ja matematiikan laitos
Itä-Suomen yliopisto

Henri Partanen

Pro gradu tutkielma, 62 sivua

Itä-Suomen yliopisto

Fysiikan koulutusohjelma

Fyysikkokoulutus

Työn ohjaajat

Prof. Jari Turunen

FT Jani Tervo

Tiivistelmä

Tutkielmassa käsiteltiin broad area -laserdiodien resonaattorimoodeja. Puolijohde-laserin resonaattorikaviteetin mitoista ja taitekertoimesta riippuvaa moodien kenttäjakaumaa ja aallonpituuksia mallinnettiin. Kokeellisia mittauksia varten rakennettiin spatiaalisesti erotteleva kaksoisheijastushilaspektrometri, jonka toimintaa mallinnettiin matemaattisesti. Yhdestä broad area -laserdiodista saatuja mittaustuloksia verrattiin teoreettisiin. Niiden todettiin vastaavan varsin hyvin toisiaan, lukuun ottamatta ilmeisesti puolijohdekiteen epäideaalisuuksista johtuvia mitatussa moodijakaumassa näkyviä epäsymmetrisyyksiä.

Toisena aiheena tutkielmassa oli elementaarimoodimenetelmä, jota voidaan käyttää osittain koherenttien kenttien mallintamiseen, ja helpottamaan muuten ylivoimaisen raskaita numeerisia ongelmia. Menetelmässä kenttä esitetään identtisten mutta toistensa suhteen paikassa siirrettyjen elementaarikenttien sopivasti painotettuna epäkoherenttina superpositiona. Menetelmää sovellettiin LED:ien ja niiden yhteydessä olevien linssien tuottamaan valoon. Aluksi LED:ien tuottamaa valokuviota simuloitiin säteenjäljityksen avulla. Saadusta kaukokenttäjakaumasta laskettiin lähdeä vastaavat elementaarimoodit, joiden käyttäytymistä eri etenemismatkoilla tarkasteltiin.

Esipuhe

Haluan kiittää työni ohjajia professori Jari Turusta ja tohtori Jani Tervoa arvokkaasta avusta ja kärsivällisyydestä työn aiheen valinnassa ja toteutuksessa. Kiitos myös professori Pasi Vahimaaalle mahdollisuudesta työskennellä yliopistomme fyysiikan ja matematiikan laitoksella. Unohtamatta tietenkään kaikkia työtovereitani, kiitos kaikista neuvoista ja vinkeistä.

Erityiskiitos kaikille ystäväilleni ja rakkaimmilleni, sekä tietysti vanhemmilleni tuesta kaikissa elämän vaiheissa, ilman teitä en olisi päässyt tänne asti.

Joensuussa 30. toukokuuta 2011

Henri Partanen

1 Johdanto	1
2 Valolähteiden perusteita	3
2.1 Kvantittuminen ja energiatasot	3
2.2 Laserien perusteet	4
2.3 Puolijohdevalonlähteet	5
2.4 LED:t ja broad area -laserit	7
3 Matemaattinen käsittely	9
3.1 Moodit ja aaltojohteet	9
3.2 Koherenssi ja elementaarimoodit	11
3.3 Broad area laser	18
3.3.1 Moodirakenne	18
3.3.2 Moodien aallonpituudet	22
3.3.3 Säteen laatu	23
4 Mittalaitteisto ja simulointimenetelmät	24
4.1 Mittalaitteisto	24
4.1.1 ABCD-matriisit	26
4.1.2 Kaksoisheijastushilasyhteemän analysointi	28
4.2 LED:ien mallintaminen sädeoptiikalla	33

5 Tulokset	38
5.1 Broad area laserin tulokset	38
5.1.1 Mallinnettu moodirakenne	38
5.1.2 Laserdiodin mittaustulokset	41
5.2 LED:ien tulokset	48
5.2.1 Mallinnetut säteilykuviot	48
5.2.2 Lasketut elementaarimoodit	51
6 Yhteenveto	57
Viitteet	59

Puolijohdevalolähteistä on tullut viime vuosikymmenien aikana osa ihmisten jokapäiväistä elämää. Nämä voidaan jakaa karkeasti kahteen ryhmään: tuttavallisemmin ledeihin (LED, Light Emitting Diode) ja laserdiodeihin. Ensiksi mainitut tuottavat aallonpituuskaistaltaan suhteellisen leveää ja epäkoherenttia valoa, jälkimmäisten spektri on kapea ja valo enemmän tai vähemmän koherenttia.

LED:ien historia ulottuu yli sadan vuoden päähän. Englantilainen Henry Round havaitsi ensimmäisenä elektroluminesenssin huomatessaan puolijohteiden rajapinnalla syntyvän valoa, kun sen läpi johdettiin sähkövirtaa. Hieman myöhemmin venäläinen Oleg Losev teki merkittävää tutkimusta puolijohdevalonlähteiden parissa [1, 2]. Kehitys pääsi kuitenkin kunnolla vauhtiin vasta kun puolijohteiden fysiikka alettiin ymmärtää. Pari vuotta ensimmäisen laserin jälkeen vuonna 1962 neljä tutkimusryhmää onnistui toteuttamaan puolijohdelaserdiodin lähes samanaikaisesti [3–6]. LED:ien ja laserdiodien kehitys on kulkenut hyvin pitkälti käsikkäin, sillä niiden tekniikka on hyvin samanlaista. Tärkeimpänä erona niiden välillä onkin laseroinnin vaatima resonaattori. Merkittävä tekijä puolijohdemateriaalien kehityksen lisäksi on ollut valmistuksessa tarvittavien materiaalien kerrostusmenetelmien edistyminen [7].

LED:ien käyttökohteita olivat aluksi erilaiset merkkivalot, ja viimeisen kahden vuosikymmenen aikana valotehon lisääntyessä niitä on alettu käyttää myös valaistukseen. Ylivoimaisen hyötysuhteensa ja mukautuvuutensa takia LED:t todennäköisesti korvaavatkin perinteiset hehkulamput. Laserdiodeja käytetään yleisesti optiseen tiedonsiirtoon ja tallennukseen. Nyt tarkasteltavat broad area -laserdiodit soveltuvat huonon säteenlaatunsa takia näihin tarkoituksiin heikommin. Suuren te-

honsa vuoksi niillä onkin käyttöä materiaalien prosessoinnissa ja lääketieteessä.

Tutkielman tarkempana aiheena ovat puolijohdevalolähteiden moodit, sana jolla tarkoitetaan nyt kahta varsin erilaista asiaa. Laserdiodien tapauksessa moodit ovat aallonpituudeltaan toisistaan poikkeavia tapoja, joilla valo voi edetä ja resonoida laserin kaviteetissa. Moodit poikkeavat toisistaan myös muodoltaan, tästä johtuen moodit käyttäytyvät eri tavalla myös edetessään laserin ulkopuolella. Moodirakenteen tunteminen on tärkeää, koska sen avulla voidaan saada tietoa itse valolähteen rakenteesta ja siinä mahdollisesti olevista virheistä. Lisäksi kun spektri tunnetaan voidaan sitä muokata halutun laiseksi. Esimerkiksi artikkeleissa [8, 9] intensiteettijakaumaltaan monipiikkisiä moodeja on muokattu lähemmäs yksipiikkistä, jolloin nämä saadaan kytkettyä valokuituun käytettäväksi optisessa tiedonsiirrossa.

Tutkielmassa tutustutaan myös elementaarimoodeihin, joka on hieman abstraktimpi käsite kuin laserien moodit. Osittain koherentin valonlähteen mallintaminen on huomattavasti vaikeampaa kuin täysin koherentin tai epäkoherentin. Tarvittava matematiikka on periaatteessa yksinkertaista, mutta numeerisesti niin raskasta, että on täytynyt kehittää kevyempiä matemaattisia menetelmiä kentän kuvaamiseen. Eräs tällainen on elementaarimoodimenetelmä, jossa kenttä esitetään keskenään samanlaisten mutta korreloimattomien ja toistensa suhteen paikassa ja tarvittaessa ajassa siirrettyjen osakenttien eli elementaarimoodien summana. Menetelmän perusteet esiteltiin 70- ja 80-lukujen taitteessa [10], viimevuosina sitä on kehitetty edelleen varsinkin yliopistomme fysiikan laitoksella [11–15]. Tässä tutkielmassa menetelmää sovelletaan LED:eihin, ja lasketaan niiden säteilykuvioita vastaavia elementaarimoodieja.

Tutkielman toisessa luvussa syvennyttään pintapuolisesti valon vuorovaikutukseen aineen kanssa, lisäksi esitellään laseroinnin ja puolijohteiden perusteet sekä lyhyesti nyt tarkasteltavina olevien puolijohdevalolähteiden perusrakenne. Kolmannessa luvussa tarkastellaan matemaattisesti laserdiodin moodirannetta. Lisäksi tarkastellaan valon koherenssia, perustellaan miksi osittaisesta koherenssista seuraa ongelmia valon etenemistä mallintaessa, sekä tarjotaan elementaarimoodimenetelmä yhdeksi ratkaisuksi ongelmaan. Neljännessä luvussa esitellään laserdiodin mittaamiseen käytetty mittalaite, perustellaan sen toimintaa matemaattisesti, ja tarkastellaan säteenjäljitystä valonlähteiden mallintamiseksi. Viidennessä luvussa esitetään simuloituja ja mitattuja tuloksia koskien laserdiodien moodirakennetta sekä LED:ien säteilykuvioita ja elementaarimoodieja.

Valolähteiden perusteita

Tässä luvussa esitellään lyhyesti kuinka valo syntyy ja vuorovaikuttaa aineessa. Lisäksi perehdytään laserien ja puolijohdevalolähteiden perusteisiin. Tarkempaa matemaattista käsittelyä ei esitellä, aiheeseen voi tutustua syvällisemmin esimerkiksi lähteissä [16, 17].

2.1 Kvantittuminen ja energiatasot

Suuri osa optisista ilmiöstä voidaan kuvata valon aaltoluonteen avulla, mutta aina se ei riitä. Esimerkiksi valon emission ja absorption kuvaamiseen tarvitaan kvanttimekaniikkaa, ja on huomioitava valon hiukkasluonne. Valo on jakautunut energiapaketteihin eli fotoneihin, joiden energia riippuu niiden taajuudesta. Aineen atomit sisältävät sähkövarauksia, ja myös ne sijaitsevat kvantittuneessa joukossa sallittuja energiatiloja. Energiatilat voivat johtua esimerkiksi kaasussa atomien tai molekyylien värähtelystä tai kiinteiden aineiden ja puolijohdeiden tapauksessa erilaisista elektronien energiatasoista.

Sopivan taajuinen fotonin voi vuorovaikuttaa aineen elektronien energiatilojen kanssa. Jos tilojen E_1 ja E_2 energioiden erotus on sama kuin fotonin energia, voi fotonin absorboitua ja elektroni siirtyä alemmalta tilalta ylemmälle. Jos aineessa on elektroneja ylemmillä tiloilla ne voivat siirtyä alemmille, jolloin voi syntyä eli emittoitua vastaavan energinen fotonin. Korkeampien energiatilojen miehitys voi johtua aineen lämpöliikkeestä, jolloin syntyy Planckin lain mukaista mustan kappaleen termistä säteilyä. Kun aineeseen tuodaan ulkoista energiaa, voi syntyä luminesenttia valoa. Tämän spontaanin emission lisäksi myös stimuloitu emissio on mahdollinen. Siinä fotonin vuorovaikuttaa korkeammalla tilalla olevan elektronin kanssa, ja saa

tämän putoamaan alemmalle tilalle, jolloin alkuperäinen fotonin monistuu. Tähän perustuu laserien toiminta.

2.2 Laserien perusteet

Laserien toiminta perustuu valon koherenttiin vahvistamiseen stimuloitun emission avulla, sana "laser" onkin lyhenne tästä (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation). Koska fotonien monistamisessa laseroinnin avulla elektronit siirtyvät ylemmältä tilalta alemmalle, ei tämä prosessi voi jatkua pitkään, jos systeemiin ei tuoda lisää energiaa. Systeemiä on siis pumpattava, eli siihen on tuotava ulkopuolista energiaa. Tämä voi tapahtua esimerkiksi joko sähkövirralla tai toisella valonlähteellä, jonka fotonien absorptio nostaa elektroneja ylemmille energiatasolle. Näin ylemmälle energiatasolle E_2 saadaan enemmän elektroneja kuin E_1 :lle, ja vallitsee käänteinen miehitys. Käytännössä kaksitasoinen systeemi ei riitä, sillä elektronit putoavat tasolta E_2 yhtä nopeasti kuin niitä nostetaan, eikä käänteistä miehitystä synny. Yleensä käytetäänkin kolmi- tai nelitasoisia systeemiä. Tässä elektroneja pumpataan tasolle E_3 , jolta ne putoavat nopeasti E_2 :lle, jolla stimuloitu emissio tapahtuu. Valo voi vahvistua kun vahvistuskerroin on suurempi kuin absorptio. Näin syntyy materiaalista ja pumppauksen voimakkuudesta riippuva vahvistusspektri.

Jos valo kulkee tällaisen vahvistavan materiaalin läpi ilman takaisinkytkentää, kyseessä on pelkkä valonvahvistin. Kun materiaalin ympärille lisätään resonaattori, saadaan todellinen laser. Resonaattori voi koostua koverista puoliläpäisevistä peileistä kuten kaasulaserien tapauksessa, tai esimerkiksi puolijohdekiteen kiillotetuista sivuista. Osa valosta heijastuu peilien välillä useaan kertaan, jolloin fotonit monistuvat yhä uudelleen, ja vahvistuessaan valosta tulee koherenttia. Osa valosta taas pääsee ulos resonaattorista päädyn puoliläpäisevän peilin kautta.

Kaikki aallonpituudet eivät kuitenkaan ole mahdollisia resonaattorissa, vaan heijastuskierrosten välillä valon edetessään kokeman vaihe-eron on asetuttava samaan vaiheeseen, kuin edellisellä kierroksella. Destruktiivinen interferenssi vaimentaa muut aallonpituudet, ja syntyy resonaattorin pituudesta riippuva diskreetti joukko mahdollisia moodeja. Mitä pitempi resonaattori on, sitä tiheämmässä moodit ovat. Riippuen resonaattorin muodosta jokainen pitkittäinen moodi voi lisäksi jakautua useampaan poikittaiseen moodiin. Tätä käsitellään tarkemmin myöhemmässä luvussa. Vahvistuskaistan ja resonaattorimoodien tiheydestä saadaan selville lase-

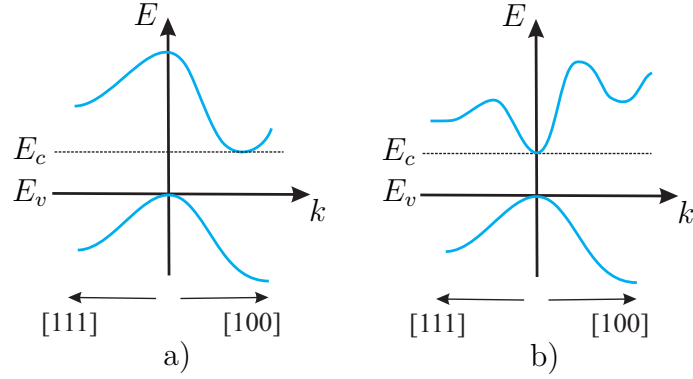
rille ominaisten moodien määrä. Laadukkailla yksimoodilasereilla niitä on vain yksi, kun taas tässä tutkielmassa tarkasteltavilla laaja-alaisilla laserdiodeilla (broad area laser diode) useita satoja.

2.3 Puolijohdevalonlähteet

Puolijohteet ovat kiteisiä tai anamorfisia aineita, joiden atomeita ei voida enää käsitellä toisistaan riippumattomina kuten kaasujen tapauksessa, koska atomit ovat järjestäytyneet periodiseksi kiderakenteeksi. Schrödingerin yhtälön ratkaisuna saadaan, että elektronien sallitut energiatilat ovat järjestäytyneet voiksi. Suurienergisistä näistä sanotaan johtavuusvyöksi, tämän alapuolella on valenssivyö. Nämä erottaa kielletty vyö eli band gap, jolla nimensä mukaisesti ei voi esiintyä elektroneja. Absoluuttisessa nollassa johtavuusvyö on täysin tyhjä elektroneista valenssivyön ollessa täysi, eikä aine johda sähköä. Lämpötilan noustessa elektroneja alkaa siirtyä myös johtavuusvyölle jättäen valenssivyölle aukkoja. Sekä elektronit että aukot voivat toimia varauksenkuljettajina.

Vöiden rakennetta voidaan havainnollistaa esittämällä ne käyrinä (E, k) -koordinaatistossa, E on energia ja k on elektronin aaltoluku, joka liittyy elektronin liikemäärään kaavalla $p = k\hbar$. Vöiden maksimi- ja minimikohtia voidaan approksimoida parabolikäyrillä. Riippuen siitä osuvatko johtavuus- ja valenssivyön minimi- ja maksimit samalle kohdalle k -akselilla, puolijohteet ovat joko suora- tai epäsuorakiellettyjä (direct/indirect band gap). Koska liikemäärän on säilyttävä, ja fotonien liikemäärä on pieni verrattuna elektronien liikemäärään, ovat fotonien aikaansaamat elektronien siirrokset vöiden välillä varsin epätodennäköisiä indirect band gap -materiaaleilla. Lisäksi jos tällainen epäsuora siirros tapahtuisikin, on ylimääräisen liikemäärän purkaututtava aineen hilavärähtelyksi eli fononiksi. Tämä näkyy materiaalin ei-toivottuna lämpenemisenä. Täten indirect band gap -materiaalit kuten elektroniikassa suosittu pii (Si) eivät sovellu valon tuottamiseen, ja esimerkiksi direct band gap galliumarsenidi (GaAs) on suosittu ja hyvin soveltuva materiaali puolijohdevalonlähteisiin. Kuva 2.1 havainnollistaa näitä vöirakenteita. [111] ja [100] viittaavat eri kidesuuntiin, joissa energiavöitä voidaan tarkastella [17].

Puolijohteiden sähköisiä ja optisia ominaisuuksia voidaan muokata lisäämällä niihin haluttu pieni määrä jotain muuta ainetta, eli dopppaamalla. Jos lisättävässä aineessa on enemmän valenssielektroneja kuin alkuperäisessä puolijohdeessa, kasvaa



Kuva 2.1: a) Si:n ja b) GaAs:n valenssi- ja johtavuusvyöt.

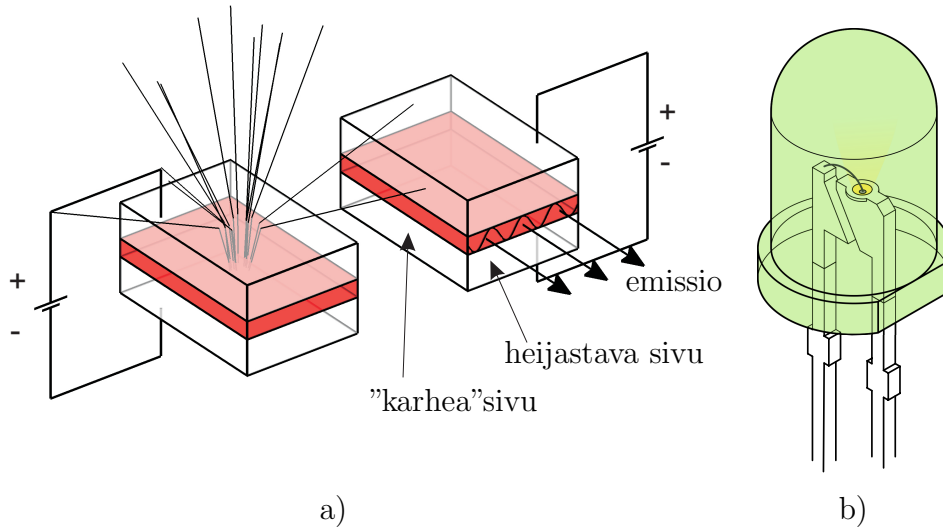
johtavuuselektronien määrä, ja tuloksena on n-tyypin puolijohde. Lisäämällä vähän ylimääräisiä elektroneja sisältävää ainetta saadaan p-tyypin puolijohde.

Puolijohdeliitokseksi (junction) sanotaan sitä kun ominaisuuksiltaan erilaisia puolijohdeita liitetään yhteen. Homoliitoksessa puolijohdemateriaali on sama molemmilla puolin liitosta, mutta douppaus erilainen. P-n-liitoksessa toisella puolen rajapintaa oleva materiaali on p-tyyppiä ja toisella n-tyyppiä. Näin aikaansaadussa diodissa sähkövirta voi edetä vai toiseen suuntaan. Rakennetta voidaan käyttää valon havaitsemiseen tai tuottamiseen. Rajapinnalla sijaitseva tyhjennysalue, jolla mahdolliset fotonit emittoituvat, on kuitenkin varsin epämääräisesti määritelty. Siksi usein käytetäänkin monimutkaisempia rakenteita, kuten p-i-n-liitosta, jossa keskimmäisenä on douppaamatonta itseisjohtavaa puolijohdetta. Kaksois-heteroliitoksessa kapeamman band gapin puolijohdetta on kerrostettu leveämpi band gapisen puolijohteen väliin. Näin aktiivinen kerros on hyvin määritelty. Lisäksi keskimmäisen materiaalin taitekerroin on usein korkeampi, jolloin rakenne voi toimia myös aaltojohteena. Kvanttikaivoksi sanotaan heteroliitosta, jossa aktiivinen kerros on hyvin ohut (alle 50 nm). Tällöin kvanttimekaanisten ilmiöiden johdosta energiavyöt muuttuvat jatkuvista diskreeteiksi. Tämä parantaa huomattavasti puolijohdevalolähteiden suorituskykyä, joten kvanttikaivoja käytetäänkin useissa laserdiodeissa, sekä esimerkiksi sinisissä LED:ssä. [16, 17]

2.4 LED:t ja broad area -laserit

LED (Light Emitting Diode) eli loistediodi on yksinkertainen puolijohdevalolähde, joka tuottaa valoa spontaanin emission kautta. Yksinkertaisimmillaan se on yhdestä puolijohdemateriaalista valmistettu tasomainen p-n-liitos, joka säteilee kaikkiin suuntiin. Suurta osaa LED:istä käytetään pintaemittorivina.

LED:ien hyötysuhdetta huonontaa se, ettei kaikki valo pääse ulos puolijohdekiteestä. Puolijohteiden taitekerroin on yleensä varsin korkea, jolloin vain pienessä kulmassa ilman rajapinnalle tuleva valo pääsee ulos rakenteesta, kun suuremmat kulmat kokonaisheijastuvat. Hyötysuhdetta voidaan parantaa monilla keinoilla. Kiteen muodoksi voidaan valita jokin muu kuin suorakulmainen laatikko, jolloin suurempi osa valosta saadaan käyttöön. Puolijohteen pinta voidaan päällystää antiheijastavalla kalvolla, tai sitä voidaan karhentaa, jolloin valoa voi sirota ulos. Yleensä LED:t valetaan muovisen linssin sisään, jolloin materiaalien välinen taitekerroinero pienee. Näin voidaan myös muokata säteilykuviota ja suunnata valoa kapeammaksi keilaksi. Linssi myös suojaa haurasta puolijohdekidettä ympäristön rasituksilta. Kuva 2.2 b) on kaavakuva tyypillisestä kupulinssillä varustetusta LED:sta.



Kuva 2.2: a) Pintaemittoriva LED ja sivuemittoriva broad area -laser. b) Kaavakuva tyypillisestä kupulinssillä varustetusta LED:sta (Wikipedia [18]).

Syntymekanisminsa johdosta LED:ien tuottama valo on aallonpituusspektriltään

varsin leveä, yleensä useita kymmeniä nanometrejä. Lisäksi koska spontaanin emission siirtymät ovat toisistaan riippumattomia, on LED:ien valo varsin epäkoherenttia.

Broad area -laseriodit voivat muistuttaa rakenteeltaan hyvin läheisesti LED:jä, kuva 2.2 a) on yksinkertaistettu kaaviokuva tästä. Että diodi saataisiin laseroimaan, on siihen luotava resonaattori. Helpoiten tämä onnistuu tekemällä emissiosuunnan kanssa kohtisuorassa olevat sivut osittain heijastavaksi. Nyt korkeampaa taitekerrointa oleva emittoiva kerros voi toimia aaltojohteena. Halutun emission suuntaiset sivuja voidaan hieman karhentaa, jolloin kytketyminen aaltojohteessa näissä suunnissa on heikompaa, ja laser emittoi vain haluttuihin suuntiin. Karhennukseen riittää puolijohdekiteen normaali leikkaaminen. Kun taas heijastavat pinnat saadaan aikaan halkaisemalla puolijohde sen kidetasojen suuntaisesti [16]. Laaja-alaisten laseriodien hyötynä on niiden leveän resonaattorin mahdollistama suuri teho. Moodien suuren määrän takia valo ei ole kuitenkaan kovin koherenttia. Lisäksi koska moodit koostuvat useista spatiaalisista maksimeista, säde leviää huomattavasti nopeammin kuin vastaava ideaalinen gaussinen-, säteen laatu on siis varsin huono. [16, 17]

Broad area -lasereita parempaa säteenlaatua tarjoavat laseriodit, joiden aaltojohde on kapeampi, ja siten mahdollistaa vähemmän moodeja. Näiden valmistus on hieman monimutkaisempaa, ja vaatii erilaisia litografisia menetelmiä. Muita laseriodityyppejä ovat mm VCSEL:t (Vertical-Cavity Surface-Emitting Laser) eli pintaemittoivat laserit, jotka koostuvat useista ohutkalvokerroksista. VCSEL:ien peilit on toteutettu heijastavilla kalvopakoilla, ja niiden välissä voi olla useita kvanttikaivo-kerroksia. VCSEL:ien etuna on, että niiden tuottama säde on poikkileikkaukseltaan symmetrisen pyöreä, kun sivuemittoivat laserit tuottavat yleensä elliptistä sädettä, joka leviää eri nopeudella eri suuntiin.

Tässä luvussa tarkastellaan matemaattisesti tutkielman kohteina olevia aiheita. Ensin esitetään valon eteneminen kaksiulotteisessa tasoaaltojohteessa. Seuraavana perehdytään lyhyesti valon koherenssiin, miksi osittaisesta koherenssista aiheutuu ongelmia kentän etenemisen mallintamisessa, ja esitellään yhdeksi ratkaisuksi elementaarimoodimenetelmä. Luvun viimeisenä asiana tarkastellaan kuinka kenttä jakautuu broad area -laserdiodissa, ja kuinka tämän moodit muodostuvat.

3.1 Moodit ja aaltojohteet

Jotta voidaan ymmärtää miksi lasereiden aallonpituusspektri on jakautunut erillisiksi piikeiksi, on tarkasteltava valon etenemistä aaltojohteissa. Kun valo tulee korkeamman taitekertoimen aineesta matalamman rajapinnalle riittävän suuressa kulmassa, se voi kokonaisheijastua. Arkisena esimerkkinä valon heijastuminen veden tai lasin ja ilman rajapinnalta. Tällöin kaikki valo kokonaisheijastuu, eikä sitä pääse rajapinnan läpi. Korkeampitaitekertoiminen materiaali voi muodostaa kanavan, jonka avulla valoa voidaan ohjata, ja saada se etenemään hyvin pitkiä matkoja. Tähän perustuvat esimerkiksi optiset tietoverkot ja sen kautta nykyään esimerkiksi koko Internetin toiminta.

Tarkastellaan 2D-tilannetta, jossa valo heijastelee kahden saman suuntaisen rajapinnan välissä, pinnat ovat toisistaan etäisyydellä h . Taitekerroinjakauma tällaisessa

tasoaaltojohteessa on siis muotoa

$$n(x) = \begin{cases} n_c, & \text{kun } x > h \\ n_g, & \text{kun } 0 \leq x \leq h \\ n_s, & \text{kun } x < 0 \end{cases} . \quad (3.1)$$

Kokonaisheijastus tapahtuu kun kulma, jossa valo saapuu rajapinnalle, on suurempi kuin

$$\theta = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right) . \quad (3.2)$$

Tällainen kaikkein yksinkertaisin sädeoptinen malli ei kuitenkaan selitä, miksi vain tietty joukko etenemistapoja on mahdollisia. Huomioon on otettava myös valon aaltoluonne. Heijastuksen jälkeen valon on asetettava samaan vaiheeseen kuin ennen heijastusta, tai destruktiivisen interferenssin takia valo vaimenee eikä pääse etene- mään. Ongelmaa voidaan tarkastella kahdella tavalla. Joko sädeoptiikan avulla huo- mioiden heijastuksissa tapahtuvat vaihesiirrot, jolloin saadaan laskettua diskreetti joukko kulmia, joissa valo voi edetä. Tämä lähestymistapa on ehkä intuitiivisempi, mutta siitä ei selviä, miten energia on todellisuudessa jakautunut aaltojohteeseen eri moodeissa. Haluttaessa mallintaa laserdiodeja on kenttäjakauma valolähteessä tunnettava. [16, 17]

Tarkastellaan siis aalto-optista lähestymistapaa asiaan. Tällöin systeemissä pää- asiassa kerrosten suuntaisesti etenevä sähkömagneettinen aalto voidaan esittää muo- dossa.

$$E(x, z) = E_x(x) \exp(ik_z z), \quad (3.3)$$

missä x -koordinaatista riippuvan osan $E_x(x)$ on vaimennuttava eksponentiaalisesti aaltojohteen ulkopuolella, että kenttä olisi sidottu johteeseen. Se on tällöin muotoa

$$E_x(x) = \begin{cases} a_c \exp[-\alpha_c(x - h)], & \text{kun } x > h \\ a_g \exp(i\alpha_g x) + b_g \exp(-i\alpha_g x), & \text{kun } 0 \leq x \leq h \\ a_s \exp(\alpha_s x), & \text{kun } x < 0 \end{cases} . \quad (3.4)$$

Tässä x -suuntaiset etenemisvakiot ovat

$$\alpha_c = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_c^2}, \quad (3.5)$$

$$\alpha_g = \sqrt{k_0^2 n_g^2 - \beta^2}, \quad (3.6)$$

$$\alpha_s = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n_s^2}. \quad (3.7)$$

Maxwellin yhtälöiden mukaisten jatkuvuusehtojen perusteella yhtälöt saadaan muokattua TE-polarisaation tapauksessa seuraavaan muotoon

$$\tan(\alpha_g h) = \frac{(\alpha_c + \alpha_s)\alpha_g}{\alpha_g^2 - \alpha_c \alpha_s}, \quad (3.8)$$

ja TM-polarisaatiossa muotoa

$$\tan(\alpha_g h) = \frac{(n_s^2 \alpha_c + n_c^2 \alpha_s)\alpha_g}{(n_c n_s / n_g)^2 \alpha_g^2 - n_g^2 \alpha_c \alpha_s}. \quad (3.9)$$

Nämä yhtälöt voidaan ratkaista numeerisesti, jolloin saadaan selville jokaista moodia vastaava etenemisvakio β_m . Yhtälö (3.4) saadaan nyt sievennettyä muotoon

$$E_x(x) = \begin{cases} C_m \sin(\alpha_{gm} h + \psi_m) \exp(-\alpha_{cm}(x - h)) & \text{kun } x > h \\ C_m \sin(\alpha_{gm} x + \psi_m) & \text{kun } 0 < x < h, \\ C_m \sin \psi_m \exp(\alpha_{sm} x) & \text{kun } x < 0 \end{cases} \quad (3.10)$$

missä C_m on kunkin moodin painokerroin, sekä:

$$\psi_m = \arctan(\alpha_{gm}/\alpha_{sm}). \quad (3.11)$$

Tässä tutkielmassa käytettävä moodien numerointi alkaa yhdestä helpottamaan esimerkiksi kaavan (3.38) kertolaskuja, muualla kirjallisuudessa käytetään usein nollasta alkavaa numerointia. Kenttä aaltojohteessa on siis muodoltaan siniaalto, joka vaimenee varsin nopeasti johteen ulkopuolelle tultaessa. Kenttä ei ole tällöin kuitenkaan nolla, vaan osa energiasta tosiaan etenee myös itse johteen ulkopuolella. Tarkastelua sovelletaan myöhemmin laserdiodin resonaattorin 3D-aaltojohteeseen. Tällöin tilanne oletetaan separoituvaksi, eli riittää tarkastella kahta 2D-tilannetta sekä x - että y -suuntaan.

3.2 Koherenssi ja elementaarimoodit

Syvennyttään nyt lyhyesti koherenssin perusteisiin ja sen jälkeen elementaarimoodeihin. Tarkastellaan aluksi täysin koherenttia kenttää. Ainakin periaatteessa värähtelevän kentän asento tunnetaan siis kaikkina ajanhetkinä, koska sen käyttäytyminen

on nyt täysin ennustettavaa, eikä mitään satunnaisuutta ole. Kenttä voidaan esittää sekä ajan t että taajuuden ω funktiona. Usein on järkevämpää käyttää paikka-
taajuus- kuin paikka-aika-esitystä, koska tällöin kaikki taajuuskomponentit voidaan käsitellä erikseen. Esitystavasta toiseen päästään Fourier-muunnoksen avulla.

Tarkastellaan nyt kentän etenemistä pääasiassa z -akselin suuntaan. Jos kenttä tunnetaan lähtötasossa $z = 0$, saadaan edennyt kenttä selville millä tahansa z :n arvolla kulmaspektriesityksen avulla. Olkoon kompleksianalyttinen skalaarinen kenttä lähtötasossa paikan ja ajan funktiona $v(\boldsymbol{\rho}, t)$. Se voidaan helposti muuntaa kulmataajuuden ω avulla esitettyksi seuraavan Fourier-muunnoksen avulla.

$$V(\boldsymbol{\rho}, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v(\boldsymbol{\rho}, t) \exp(i\omega t) dt. \quad (3.12)$$

Tästä saadaan edelleen selville kentän kulmaspektri toisen kaksikulotteisen lähtötason yli tapahtuvan Fourier-integraalin avulla.

$$A(\boldsymbol{\kappa}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} V(\boldsymbol{\rho}, \omega) \exp(-i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}) d^2\rho. \quad (3.13)$$

Yhtälöissä käytettävissä merkinnöissä $\mathbf{r} = (x, y, z)$ on paikkavektori, ja $\boldsymbol{\rho} = (x, y)$ on tämän projektio lähtötasoon. Vastaavasti aaltovektoreille $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$, ja tämän projektio $\boldsymbol{\kappa} = (k_x, k_y)$. Lisäksi $k_z = \sqrt{k^2 n^2(\omega) - k_x^2 - k_y^2}$, missä n on aineen taitekerroin, sekä $k = |\mathbf{k}| = 2\pi/\lambda$.

Kun kulmaspektri tunnetaan, kenttä saadaan edettyä tasoon z kulmaspektriesityksen avulla laskemalla seuraava 2D-integraali (k_x, k_y) -tason yli.

$$V(\mathbf{r}, \omega) = \iint_{-\infty}^{\infty} A(\boldsymbol{\kappa}, \omega) \exp[ik_z(\omega)z] \exp(i\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}) d^2\boldsymbol{\kappa} \quad (3.14)$$

Käytännössä kenttä saadaan siis summaamalla yhteen eri suuntiin eteneviä tasoaaltoja ja painottamalla niitä kulmaspektrillä.

Todelliset sähkömagneettiset kentät eivät kuitenkaan koskaan ole täysin koherenteja, eli kenttä käyttäytyy enemmän tai vähemmän satunnaisesti. Sähkömagneettisen kentän koherenssi määritellään sen mukaan, kuinka voimakkaasti kentän realisaatiot korreloivat keskenään. Nämä realisaatiot voivat olla esimerkiksi kahdessa eri pisteessä tai ajan hetkellä mitattuja arvoja, tai pulssien tapauksessa eri pulsseja. Aikatasossa kentän V korrelaatiota kuvataan keskinäiskoherenssifunktiolla (mutual coherence function, MCF)

$$\Gamma(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; t_1, t_2) = \langle V^*(\boldsymbol{\rho}_1, t_1) V(\boldsymbol{\rho}_2, t_2) \rangle, \quad (3.15)$$

missä $*$ merkitsee kompleksikonjugaattia ja kulmasulkeet joukkokeskiarvoa. Kun taas $\boldsymbol{\rho}_1$, $\boldsymbol{\rho}_2$, t_1 ja t_2 ovat ne paikan ja ajan pisteet joiden välistä korrelaatiota tarkastellaan. Vastaavasti taaajuustasossa saadaan pisteiden $\boldsymbol{\rho}_1$, $\boldsymbol{\rho}_2$ sekä taajuuksien ω_1 ja ω_2 välille ristispektritiheysfunktio (cross spectral density, CSD).

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2; \omega_1, \omega_2) = \langle V^*(\boldsymbol{\rho}_1, \omega_1)V(\boldsymbol{\rho}_2, \omega_2) \rangle. \quad (3.16)$$

Yhdessä nämä muodostavat Wiener-Khintchine-teoreeman mukaisesti Fourier-muunnosparin. Kentän intensiteetin aikakeskiarvo voidaan määrittellä MCF:n avulla muodossa $I(\boldsymbol{r}, t) = \Gamma(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}; t, t)$. Vastaavasti tehospektri on $S(\boldsymbol{r}, \omega) = W(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{r}; \omega, \omega)$. MCF ja CSD on usein tapana normittaa:

$$\gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; t_1, t_2) = \frac{\Gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; t_1, t_2)}{\sqrt{I(\boldsymbol{r}_1; t_1)I(\boldsymbol{r}_2; t_2)}}, \quad (3.17)$$

$$\mu(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; \omega_1, \omega_2) = \frac{W(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; \omega_1, \omega_2)}{\sqrt{S(\boldsymbol{r}_1; \omega_1)S(\boldsymbol{r}_2; \omega_2)}}. \quad (3.18)$$

Näitä sanotaan koherenssiasteeksi sekä spektraaliseksi koherenssiasteeksi ja niille pätee $0 \leq |\gamma(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; t_1, t_2)| \leq 1$ ja $0 \leq |\mu(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2; \omega_1, \omega_2)| \leq 1$. Kun ollaan kiinnostuneita kulmien välisestä korrelaatiosta pisteiden välisen sijaan, voidaan määrittellä CSD:ta vastaava kulmaristispektritiheys (ACSD).

$$T(\boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{\kappa}_2; \omega_1, \omega_2) = \langle A^*(\boldsymbol{\kappa}_1, \omega_1)A(\boldsymbol{\kappa}_2, \omega_2) \rangle. \quad (3.19)$$

Periaatteessa on mahdollista laskea ristispektritiheys mielivaltaisessa pisteessä kulmaspektriesitystä vastaavalla tavalla. Esimerkiksi tasomaisen valolähteen säteilemän kentän pisteiden \boldsymbol{r}_1 ja \boldsymbol{r}_2 välinen kulmaspektritiheys on

$$W(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2) = \iiint\limits_{-\infty}^{\infty} T(\boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{\kappa}_2) \exp[-i(k_{z1}^* z_1 - k_{z2} z_2)] \\ \times \exp[-i(\boldsymbol{\kappa}_1^* \cdot \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\kappa}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}_2)] d^2\boldsymbol{\kappa}_1 d^2\boldsymbol{\kappa}_2, \quad (3.20)$$

missä kulmakorrelaatiofunktio T saadaan selville ristispektritiheydestä lähtötasossa.

$$T(\boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{\kappa}_2) = \frac{1}{(2\pi)^4} \iiint\limits_{-\infty}^{\infty} W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \exp[i(\boldsymbol{\kappa}_1 \cdot \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\kappa}_2 \cdot \boldsymbol{\rho}_2)] d^2\boldsymbol{\rho}_1 d^2\boldsymbol{\rho}_2, \quad (3.21)$$

W lähtötasossa on siis tunnettava. Kuten nähdään integraaleja on nyt neljä aiemman yhtälön (3.13) kahden sijaan, joten yhtälön ratkaiseminen edes numeerisesti on

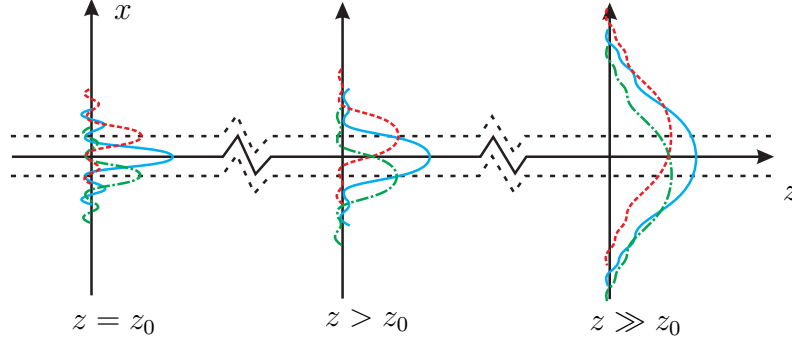
usein työlästä ellei käytännössä lähes mahdotonta. Kaksiulotteisen koherentin lähteen kuvaamiseen riittää yleensä noin 1000 näytepistettä suuntaansa, eli kaikkiaan noin 10^6 pistettä. Osittain koherentille lähteelle jokaisen pisteen välinen korrelaatio on tallennettava, ja pisteitä tarvitaan noin 10^{12} eli vaaditaan teratavun luokkaa tallennuskapasiteettia. Tällaisen datamäärän tallentaminen yhtä lähdeettä kohden olisi hyvin hankalaa, puhumattakaan tämän yli tapahtuvasta integroimisesta. Kaikkein yleisimmässä tapauksessa, eli käsiteltäessä kolmiulotteisen lähteen sekä paikka- että aikakoherenssia, sisäkkäisiä integraaleja olisi kahdeksan, tarvittavan tallennuskapasiteetin kasvaessa vastaavasti. On siis löydettävä kevyempiä laskentamenetelmiä.

Ongelmaa voidaan helpottaa esittämällä osittain koherentti kenttä joukkona täysin koherentteja, mutta keskenään korreloimattomia kenttiä. Emil Wolf esitti tämän Mercerin kehittämään perustuvan koherenttimoodihajotelman 80-luvun alussa [19]. Se onkin toimiva lähestymistapa tässäkin tutkielmassa käsiteltävien aaltojohdteiden ja monimoodilaserien mallintamiseen. Kaikkiin tapauksiin tämä menetelmä ei kuitenkaan sovellu, yksittäisten moodien löytäminen voi olla vaikeaa, ja jokaisen niistä eteneminen joudutaan laskemaan erikseen.

Toinen lähestymistapa on esittää kenttä keskenään identtisten mutta paikassa ja tarvittaessa ajassa toistensa suhteen siirrettyjen kenttien summana, painotettuna sopivalla painofunktiolla. Tämä menetelmä ei ole täysin yleispätevä, mutta se soveltuu useiden erilaisten valonlähteiden, kuten tässä tapauksessa LED:ien, mallintamiseen. Etuna on myös, että elementaarimoodien ollessa keskenään samanlaisia, riittää laskea ainoastaan yhden elementaarimoodin eteneminen. Kuva 3.1 havainnollistaa elementaarimoodien etenemistä. Siinä kolme elementaarimoodia leviää edetessään keskenään samalla tavalla. Riittävän kaukana lähtöpisteestä ne asettuvat päällekkäin, jolloin yhden elementaarimoodin ja kaikkien moodien epäkoherentin superposition kaukokentät vastaavat toisiaan.

Alkuperäisen idean elementaarimoodiesitykselle esittivät Gori ja Palma yli 30 vuotta sitten [10]. Viimeaikoina teoriaa on kehitetty edelleen tasomaisille skalaariaaltolähteille [11], ei stationaarisille pulssittuneille kentille [12], kolmiulotteisille lähteille [13], ja viimeisimpänä sähkömagneettisille kentille, mikä mahdollistaa myös osittaisen polarisaation kuvaamisen [14]. Laajempi kokonaiskatsaus elementaarimoodeihin on esitetty artikkelissa [15].

Tarkastellaan elementaarimooodeja paikka-taajuus-avaruudessa ja esitetään ristispektritiheys yhdellä taajuudella. Tästä eteenpäin kaavojen selkeyden vuoksi taa-



Kuva 3.1: Periaatekuva elementaarimoodien etenemisestä.

juusriippuvuus jätetään merkitsemättä. Kulmakorrelaatiofunktion oletetaan olevan separoituvaa Schell-mallia, eli lähteen koherenssiaste lähtötasossa riippuu ainoastaan pisteiden $\boldsymbol{\rho}_1$ ja $\boldsymbol{\rho}_2$ erotuksesta [20, 21]:

$$T(\boldsymbol{\kappa}_1, \boldsymbol{\kappa}_2) = g(\Delta\boldsymbol{\kappa})f^*(\boldsymbol{\kappa}_1)f(\boldsymbol{\kappa}_2), \quad (3.22)$$

missä $\Delta\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\kappa}_1 - \boldsymbol{\kappa}_2$, ja $f(\boldsymbol{\kappa})$ on kaukokenttään liittyvä funktio. Skalaarikentän säteilyintensiteetti (radiant intensity) on muotoa

$$J(r\hat{\boldsymbol{s}}) = 2n\pi^2k^2 \cos^2\theta T(k\boldsymbol{\sigma}, k\boldsymbol{\sigma}), \quad (3.23)$$

missä $\hat{\boldsymbol{s}}$ on paikan yksikkösuuntavektori, $\boldsymbol{\sigma}$ sen projektio, ja θ on $\hat{\boldsymbol{s}}$:n ja z -akselin välinen kulma. Nyt Schell-kentän kulmaintensiteetiksi saadaan

$$J(r\hat{\boldsymbol{s}}) = 2n\pi^2k^2 \cos^2\theta |f(k\boldsymbol{\sigma})|^2. \quad (3.24)$$

Huomataan että osittain koherentin Schell-mallin kentän säteilyintensiteetti on sama kuin koherentin kentän, jonka kulmaspektri on $f(\boldsymbol{\kappa})$. Tämä kenttä e saadaan f :n Fourier-muunnoksena:

$$e(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} f(\boldsymbol{\kappa}) \exp(i\boldsymbol{k} \cdot \boldsymbol{r}) d^2\boldsymbol{\kappa}. \quad (3.25)$$

Vastaavasti g :n Fourier-muunnokseksi saadaan:

$$p(\boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} g(\Delta\boldsymbol{\kappa}) \exp(i\Delta\boldsymbol{\kappa} \cdot \boldsymbol{\rho}) d^2\Delta\boldsymbol{\kappa}, \quad (3.26)$$

missä $\Delta\boldsymbol{\kappa} = \boldsymbol{\kappa}_2 - \boldsymbol{\kappa}_1$. Nyt ristispektritiheys voidaan esittää muodossa:

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} p(\boldsymbol{\rho}') e^*(\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}') e(\mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\rho}') d^2\rho'. \quad (3.27)$$

Pisteiden \mathbf{r}_1 ja \mathbf{r}_2 välinen koherenssi saadaan siis selville summaamalla koherentteja ja keskenään identtisiä, mutta lähtötasossa siirrettyjä elementaarikenttiä e ja painottamalla niitä p :llä.

Aiempi esitys skalaarikentille voidaan laajentaa koskemaan myös sähkömagneettisia vektorikenttiä. Tärkein muutos on että nyt kuvataksemme polarisaatiota tarvitsemme kaksi elementaarivektorikenttää aiemman yhden skalaarikentän sijasta. Nyt ristispektritiheys onkin matriisi aiemman skalaarin sijasta, ja määritellään sähkökenttävektorin \mathbf{E} avulla:

$$\mathbf{W} = \langle \mathbf{E}^*(\mathbf{r}_1) \mathbf{E}^T(\mathbf{r}_2) \rangle, \quad (3.28)$$

missä T merkitsee transpoosia. Voidaan osoittaa että \mathbf{W} voidaan esittää kahden ortogonaalisen alimatriisin summana [14]

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \mathbf{W}_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + \mathbf{W}_2(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2). \quad (3.29)$$

Molemmat termit ovat elementaarimoodilla esitettynä muotoa

$$\mathbf{W}_j(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \int \int_{-\infty}^{\infty} p_j(\boldsymbol{\rho}') \mathbf{e}_j^*(\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}') \mathbf{e}_j^T(\mathbf{r}_2 - \boldsymbol{\rho}') d^2\rho', \quad (3.30)$$

missä $j = 1, 2$, $\mathbf{e}_j(\mathbf{r})$:t ovat elementaarimoodivektoreita ja p niitä vastaava painokerroin.

Jotta tämä menetelmä olisi käyttökelpoinen, on elementaarimoodit ja niitä vastaava painokerroin voitava selvittää. Täysin yleispätevää menetelmää tähän ei ole, mutta tyydyttäviä ratkaisuja voidaan löytää usein varsin helposti. Koska elementaarimoodien kaukokenttä vastaa koko kentän kaukokenttää, usein riittää mitata lähteen intensiteetti kaikissa kulmissa riittävän kaukana. Vektorikenttien tapauksessa tulee lisäksi mitata polarisaatio kaukokentässä. Vaiheen tarkka selvittäminen on huomattavasti vaikeampaa, mutta usein riittää olettaa se vakioksi, ainakin jos lähde voidaan olettaa oleellisesti tasomaiseksi. Painokertoimen määrittäminen on varsin hankalaa, ja yleisessä tapauksessa vaatii koherenssimittauksia kaukokentässä.

Jos lähde voidaan olettaa kvasihomogeeniseksi, eli sen intensiteetti lähtötasossa muuttuu hitaasti verrattuna koherenssiasteeseen μ , painokertoimen selvitys yksinkertaistuu. Tällöin painokertoimeksi $p(\boldsymbol{\rho})$ saadaan lähteen intensiteetti lähtötasossa,

ja se siirtyy integraalin ulkopuolelle. Riittää siis mitata lähteen intensiteetti lähtötasossa. Tällöin skalaarikenttien ristispektritiheydeksi lähtötasossa saadaan

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, 0) = S(\bar{\boldsymbol{\rho}}, 0) \iint_{-\infty}^{\infty} e^*(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}', 0) e(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}', 0) d^2 \rho', \quad (3.31)$$

missä $\bar{\boldsymbol{\rho}} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)$. Vastaavasti vektorikentille saadaan:

$$\mathbf{W}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, 0) = \frac{S(\bar{\boldsymbol{\rho}}, 0)}{\tilde{S}(\mathbf{0})} \sum_{j=1}^2 \iint_{-\infty}^{\infty} \mathbf{e}_j^*(\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}', 0) \mathbf{e}_j^T(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}', 0) d^2 \rho'. \quad (3.32)$$

Näissä $S(\bar{\boldsymbol{\rho}}, 0)$ tarkoittaa spektritiheyttä lähtötasossa sekä:

$$\tilde{S}(\Delta \boldsymbol{\kappa}) = \iint_{-\infty}^{\infty} S(\bar{\boldsymbol{\rho}}, 0) \exp(-i \Delta \boldsymbol{\kappa} \cdot \bar{\boldsymbol{\rho}}) d^2 \bar{\boldsymbol{\rho}}. \quad (3.33)$$

Jos vektorikentän lähteen ristispektritiheysmatriisi on lähtötasossa pyörähdyssymmetrinen, ovat myös elementaarimoodit $\mathbf{e}_1(\mathbf{r})$ ja $\mathbf{e}_2(\mathbf{r})$ pyörähdyssymmetrisiä radiaalisesti ja atsimutaalisesti polaroituneita. Radiaalinen komponentti voidaan esittää muodossa [14]:

$$\mathbf{e}_1(\mathbf{r}) = e_{1\rho}(\rho) \hat{\boldsymbol{\rho}} + e_{1z}(\rho) \hat{\mathbf{z}}, \quad (3.34)$$

missä

$$e_{1\rho}(\rho) = \frac{ik^2}{2\pi} \int_0^{\pi/2} f_{j,\theta,0}(\theta) \sin \theta \cos \theta J_1(k\rho \sin \theta) \exp(ikz \cos \theta) d\theta \quad (3.35)$$

$$e_{1z}(\rho) = \frac{k^2}{2\pi} \int_0^{\pi/2} f_{j,\theta,0}(\theta) \sin^2 \theta J_0(k\rho \sin \theta) \exp(ikz \cos \theta) d\theta \quad (3.36)$$

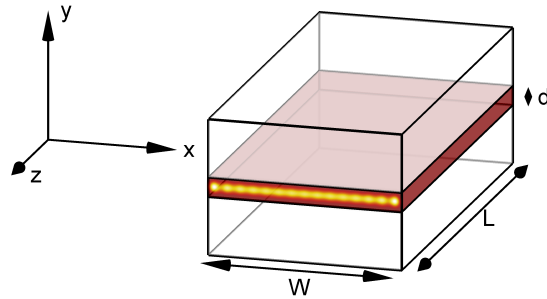
Atsimutaalinen komponentti on muotoa:

$$\mathbf{e}_2(\mathbf{r}) = e_{2\phi}(\rho) \hat{\boldsymbol{\phi}} = \hat{\boldsymbol{\phi}} \frac{ik^2}{2\pi} \int_0^{\pi/2} f_{j,\psi,0}(\theta) \sin \theta J_1(k\rho \sin \theta) \exp(ikz \cos \theta) d\theta. \quad (3.37)$$

$J_0(x)$ ja $J_1(x)$ ovat kaksi ensimmäistä ensimmäisen lajin Besselin funktiota [22]. Painokertoimien $f_{j,\theta,0}(\theta)$ ja $f_{j,\psi,0}(\theta)$ voidaan ajatella vastaavan kaukokentästä mitatun intensiteetin TM- ja TE-polarisoituneita komponentteja [14]. Myöhemmin perehdymme siihen miten komponentit $e_{1\rho}$, e_{1z} ja $e_{2\phi}$ käyttäytyvät LED:n ja linssin tapauksessa.

3.3 Broad area laser

Sivuemittoivat laserdiodit voidaan yleensä ajatella kuvan 3.2 mukaisena suorakulmaisena laatikkona, jonka sivut ovat pituudeltaan L , W ja d , ja jossa vahvistava korkeampitaitekertoiminen materiaali muodostaa aaltojohteen, johon laservalo kytkeytyy. Useimpien laserdiodien tapauksessa kanava on sekä x - että y -suunnassa niin



Kuva 3.2: Periaatekuva broad area -laserdiodista, sen vahvistavasta aaltojohteesta, ja käytettävästä koordinaatistosta.

kapea, aallonpituuksien suuruusluokkaa, että vain yksi tai muutama poikittainen moodi on mahdollinen. Broad area -laserien tapauksessa kanava on kuitenkin huomattavasti leveämpi. Tämä mahdollistaa huomattavasti suuremman tehon, mutta samalla myös suuremman joukon moodeja, mikä puolestaan heikentää säteen laatua. Tutkitun laserdiodin aaltojohde on leveydeltään x -suunnassa $W = 100 \mu\text{m}$, y -suunnassa se on puolestaan edelleen riittävän kapea sallimaan vain yhden moodin, luokkaa $d = 1 \mu\text{m}$. Diodin datalehdistä ei löytynyt arvoa tälle mitalle, joten käytämme tätä arviota. Lasersäteen emissio- eli z -suunnassa diodit ovat vieläkin pidempiä, jopa millimetrien luokkaa, tässä tapauksessa $L = 1500 \mu\text{m}$.

3.3.1 Moodirakenne

Kuten edellä todettiin aaltojohteessa kenttä tunkeutuu myös kuoreen. Jos aaltojohde on kuitenkin paljon aallonpituutta leveämpi, tarkasteltavien laserien tapauksessa tyypillisesti $100 \mu\text{m}$, on kuoressa etenevä osa merkityksettömän pieni verrattuna itse johteessa etenevään. Kenttää voidaan siis approksimoida x -suunnassa varsin tarkasti

ajattelemalla se siniaalloksi, joka putoaa noltaan johteen rajoilla.

$$E(x) = \begin{cases} E_0 \sin(\pi px/W), & \text{kun } 0 \leq x \leq W \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}, \quad (3.38)$$

missä p on moodin järjestysnumero. Käytännössä x -suunnassa aaltojohteen reunat käsitellään ideaalisena peileinä joiden toiselle puolelle kentän häntä ei pääse lainkaan tunkeutumaan. Heijastuksissa tapahtuva vaihesiirto on myös aina $\pi/2$. Kuvassa 3.3 on verrattu 10 aallonpituutta leveän aaltojohteen kolmen ensimmäisen tarkasti kaavalla (3.10) lasketun moodin amplitudeja ja intensiteettejä approksimoituihin vastaaviin, kun aaltojohteen taitekerroin on $n_s = 3.6$ sekä sivujen 3.5. Kuten nähdään ero ei ole kovin suuri. Lisäksi tutkitussa laserissa aaltojohde on noin 149λ leveä, jolloin virhe on niin pieni ettei sitä enää erottaisi kuvasta.

Muutetaan nyt koordinaatiston keskipiste keskelle aaltojohdetta, jolloin kentän yhtälöt saadaan seuraavaan muotoon. Parittomilla kertaluvuilla p :

$$E(x) = \begin{cases} E_0 \cos(\pi px/W), & \text{kun } |x| \leq W/2 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}. \quad (3.39)$$

Parillisilla kertaluvuilla:

$$E(x) = \begin{cases} E_0 \sin(\pi px/W), & \text{kun } |x| \leq W/2 \\ 0, & \text{muulloin} \end{cases}. \quad (3.40)$$

Kun nyt kentän muoto lähtötasossa tunnetaan, voidaan kunkin moodin kulmaspektri laskea $A(k_x, \omega)$ x -suuntaisena Fourier-muunnoksena, käyttämällä seuraavaa yhtälöä

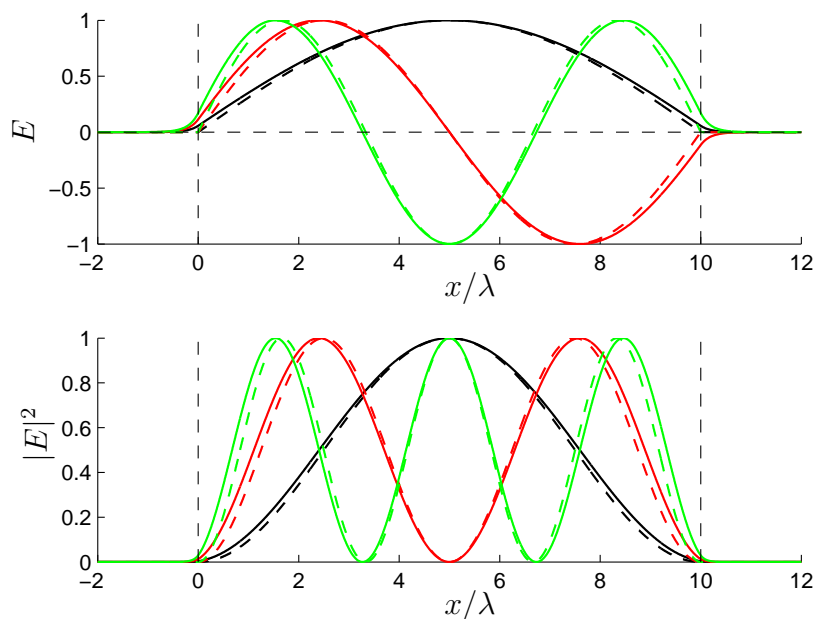
$$A(k_x; \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} E(x; \omega) \exp(-ik_x x) dx \quad (3.41)$$

Tämä kertoo meille kuinka voimakkaasti laser säteilee mihinkin kulmiin. Integroimalla kaavaa (3.39) kaavan (3.41) mukaan saamme laskettua parittomien moodien kulmaspektriä seuraavaa.

$$A(k_x) = \pm E_0 W p \frac{\cos(k_x W/2)}{k_x^2 W^2 - \pi^2 p^2}, \quad (3.42)$$

Etumerkiksi valitaan $-$ kun $p = 1, 5, 9, \dots$ ja $+$ kun $p = 3, 7, 11, \dots$. Vastaavasti parillisille moodeille:

$$A(k_x) = \pm i E_0 W p \frac{\sin(k_x W/2)}{k_x^2 W^2 - \pi^2 p^2}. \quad (3.43)$$



Kuva 3.3: Kymmenen aallonpituutta leveässä aaltojohteessa etenevän kolmen ensimmäisen moodin amplitudit ja intensiteetit (yhtenäiset viivat), sekä niitä approksimoivat sinikäyrät jotka päättyvät heti kerrosten rajalle (katkoviivat). Virhe ei ole kovin suuri. $n_s = n_c = 3.5$, $n_g = 3.6$;

Etumerkiksi valitaan $+$ kun $p = 2, 6, 10, \dots$ ja $-$ kun $p = 4, 8, 12, \dots$

Näissä yhtälöissä k_x on aaltovektorin x -suuntainen komponentti. Kun valon lähdettä tarkastellaan kulmasta θ , voidaan k_x määrittellä kokonaisaaltovektorista k seuraavalla tavalla:

$$\sin \theta = \frac{k_x}{k}. \quad (3.44)$$

Voimme siis määrittellä

$$k_x = k \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \theta \approx \frac{2\pi\theta}{\lambda_0}. \quad (3.45)$$

Viimeinen approksimaatio pätee tietysti vain, kun kulma on riittävän pieni.

Yhtälöistä (3.42) ja (3.43) nähdään kunkin moodin kaukokentän koostuvan pääasiassa kahdesta akselin molemmin puolin olevasta voimakkaammasta piikistä, lu-

kuun ottamatta ensimmäistä moodia $p = 1$, jolla piikkejä on vain yksi. Päättömien sini- ja kosiniaaltojen $\sin(\pi px/W)$ ja $\cos(\pi px/W)$ Fourier-muunnokset koostuvat kahdesta delta-piikistä, jotka ovat paikassa $k_x = \pm\pi p/W$. Kun aallos- ta otetaan lyhyempi palanen, piikit levenevät, ja niiden maksimit siirtyvät hieman. Kaukokentän intensiteetti- ja piikkien paikkoja voidaan kuitenkin arvioida näin varsin hyvin. Kunkin moodin, jolle pätee $p \geq 2$, intensiteettimaksimit leviävät siis kulmiin

$$\theta \approx \pm \arcsin\left(\frac{\lambda_0 p}{2W}\right) \approx \pm \frac{\lambda_0 p}{2W}. \quad (3.46)$$

Tämä pätee sitä tarkemmin mitä korkeampi moodi on kyseessä.

Nyt laseriodin kenttä voidaan kuvata x -suunnassa. Vastakkaisessa y -suunnassa aaltojohde on huomattavasti kapeampi, ja huomattava osa kentän energiasta etenee johteen ulkopuolella, joten samanlaista oletusta kuin edellä ei voida tehdä. Vahvistavan materiaalin kerros on usein niin ohut, että vain yksi y -suuntainen moodi on mahdollinen. Huomataan että tämän tarkkaan ottaen kaavan (3.4) mukaisen perus- moodin muoto on varsin lähellä Gaussin kellokäyrää. Voidaan siis approksimoida:

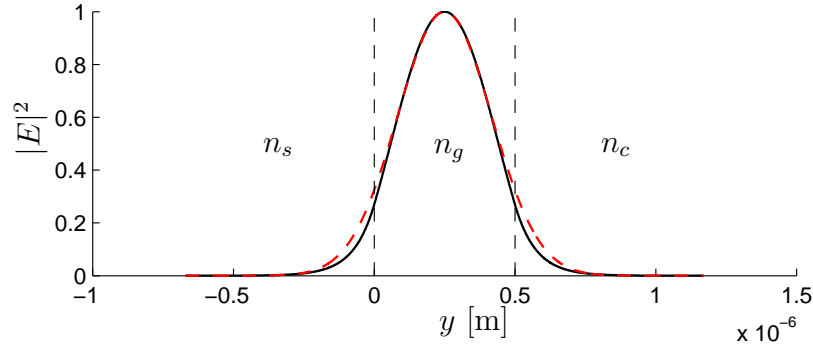
$$E(y) = \exp\left[-\frac{(y - y_0)^2}{w_0^2}\right], \quad (3.47)$$

missä y_0 on johteen keskikohta ja w_0 on $1/e$ -puolileveys, joka voidaan valita sopi- vaksi. Kuvassa 3.4 on piirretty päällekkäin tarkasti kaavalla (3.4) laskettu moodi ja sitä vastaava sopivan levyinen gaussinen käyrä. Tämän johdosta voidaankin ajatel- la, että y -suunnassa broad area -laserin säde käyttäytyy lähes kuin gaussinen säde. Puolileveys w_0 saadaan selville, joko sovittamalla tarkalla teoriolla laskettuun käy- rään, kun aaltojohteen leveys ja taitekertoimet tunnetaan, kuten kuvassa 3.4 on tehty.

Vaihtoehtoisesti, kuten myöhemmin kuvassa 5.2 tehdään, w_0 voidaan selvittää sovittamalla gaussinen käyrä mittaamalla laserin lähikentästä saatuun dataan. Jos taas säteen y -suuntainen leviämiskulma θ tunnetaan, voidaan hyödyntää gaussisen säteen leviämistä kuvaavaa kaavaa [17]:

$$\theta = \frac{\pi}{\lambda w_0}. \quad (3.48)$$

Tämä tosin toimii vain jos säteen uuma on huomattavasti aallonpituutta leveämpi, eli paraksiaaliapproksimaatio on voimassa. Luokkaa $w_0 = 1 \mu\text{m}$ oleville arvoille



Kuva 3.4: Ensimmäistä aaltojohdemoodia (musta yhtenäinen viiva) voidaan approksimoida sopivan levyisellä gaussisella käyrällä (punainen katkoviiva).
 $n_s = n_c = 3.5$, $n_g = 3.6$, $h = 0.5 \mu m$, $\lambda = 670 \text{ nm}$, $w_0 = 2h/3$

kaava ei enää päde, ja on käytettävä monimutkaisempaa ei-paraksiaalista käsitteilyä [23, 24].

Usein myös laserdiodin aktiivinen alue on monimutkaisempi kuin nyt käsitelty kahden matalamman taitekertoimen välissä oleva yksi korkeamman taitekertoimen kerros. Laseriodi voi esimerkiksi koostua useasta ohuesta kvanttikaivokerroksesta.

3.3.2 Moodien aallonpituudet

Jotta stimuloitu emissio voisi tapahtua laserin resonaattorissa, on kahden peilin välillä heijastelevan valon muodostettava itseään ylläpitävä seisova aalto. Tällöin vain tietty diskreetti joukko aallonpituuksia on mahdollinen, näille aalloille aiheuttavan vaiheen muutoksen yhdellä kierroksella on oltava 2π :n monikerta. Toisin sanoen resonaattorin pituuden L on oltava puolen aallonpituuden monikerta.

$$L = \lambda m/2, \quad m \in \mathbb{N}, \quad (3.49)$$

Kuten edellä nähtiin, voidaan broad area -laserin resonaattori ajatella x - ja z -suunnissa laatikoksi jonka päädyt toimivat peilin tavoin. Kutakin moodia vastaava aaltovektori voidaan jakaa komponentteihin, ja kokonaisuusvektorin itseisarvo vastaa yhtälöä

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2. \quad (3.50)$$

Moodien x - ja z -suuntaiset aallonpituudet ovat taas

$$\lambda_x = \frac{2p}{W} \text{ ja } \lambda_z = \frac{2m}{L}. \quad (3.51)$$

Aaltovektori voidaan kirjoittaa muodoissa

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi n(\omega)}{\lambda_0}. \quad (3.52)$$

Voimme siis kirjoittaa kaavan (3.50) muodossa

$$\left[\frac{2\pi n(\omega)}{\lambda_0} \right]^2 = \left(\frac{2\pi p}{2W} \right)^2 + \left(\frac{2\pi m}{2L} \right)^2, \quad (3.53)$$

missä m on pitkittäisen ja p poikittaisen moodin indeksi, sekä L on laserdiodin aaltojohteen pituus ja W leveys, $n(\omega)$ on aaltojohteen taitekerroin. Tässä y -suuntainen osa on voitu jättää pois, koska sen vaikutus aallonpituuteen on mitätön, ja ennen kaikkea tässä suunnassa ainoastaan yksi moodi on mahdollinen. Nyt saamme selville kutakin moodia vastaavan aallonpituuden tyhjiössä.

$$\lambda_{0m,p} = \frac{2n(\omega)}{\sqrt{(m/L)^2 + (p/W)^2}}. \quad (3.54)$$

3.3.3 Säteen laatu

Säteen laatua voidaan kuvata ns. M^2 -kertoimella. Tällöin säde divergoi puolikulmassa

$$\theta = M^2 \frac{\pi w_0}{\lambda}, \quad (3.55)$$

missä w_0 on säteen leveys kapeimmassa kohdassa, ja λ on aallonpituus. Kerroin kuvaa kuinka lähellä diffraktiorajoittunutta säde on, ja kuinka pieneksi spotiksi se on mahdollista kohdistaa [25–27]. Ideaaliselle gaussiselle säteelle $M^2 = 1$, ja mitä suurempi kertoimen arvo on sitä huonompilaatuinen säteen katsotaan olevan. Datalehdessä saatujen arvojen mukaan tutkitulle broad area leserille $M^2 = 2.5$ y -suuntaan, ja $M^2 = 65.5$ x -suuntaan, käytetyt arvot olivat ($\lambda = 670\text{nm}$, $\theta_x = 8^\circ$, ja $\theta_y = 30^\circ$). Vaikka säde leviää huomattavasti nopeammin y -suuntaan, voidaan sen tulkita olevan huomattavasti parempilaatuinen, onhan se tähän suuntaan varsin lähellä gaussista.

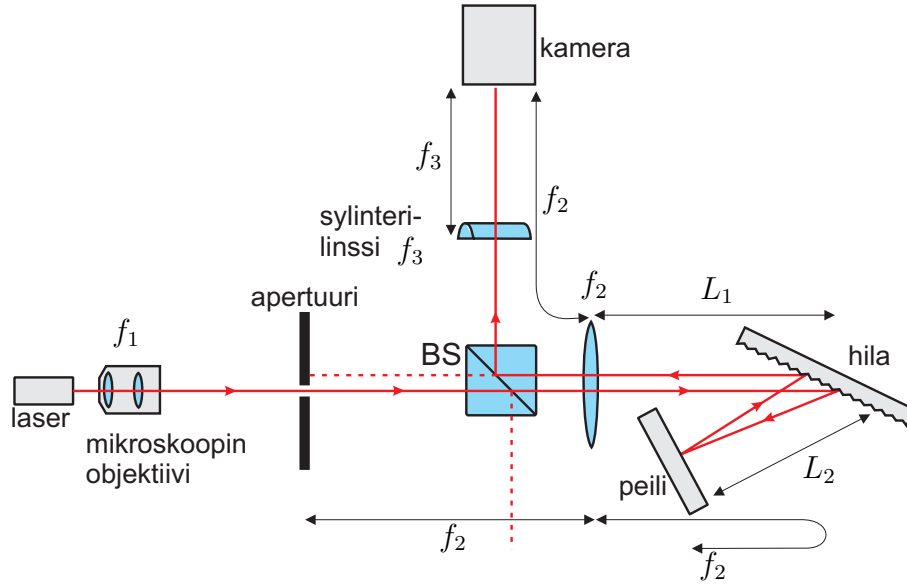
Mittalaitteisto ja simulointimenetelmät

Tässä luvussa esitellään broad area -laserdiodin spatiaalisen spektrin mittaamiseen käytetty mittalaitteisto. Lisäksi analysoidaan matemaattisesti laitteen kuvanmuodostusta, sekä kuinka se erottelee eri moodien aallonpituudet toisistaan. Tämän jälkeen esitellään säteenjäljityksen perusteita, ja kuinka näiden avulla voidaan mallintaa valolähteeseen liitetyn linssin tuottamaa valokuvioita.

4.1 Mittalaitteisto

Broad area laserin todellista moodirakennetta selvitetään kuvan 4.1 mukaisella läheteistä [28] ja [8] sovelletulla spektrometrilaitteistolla. Kuvassa x -akseli on diodin aaltojohdetason suuntainen eli osoittaa katsojaan päin. z -akseli on optisen akselin suuntainen ja y - tämän kanssa kohtisuorassa, eli ne kääntyvät säteen etenemissuunnan mukana.

Mikroskoopin objektiivi luo laserin päädyistä noin 16 kertaisesti suurennetun kuvan apertuuriin. Etäisyydellä $f_2 = 75$ cm tästä on f_2 polttovälinen kupera linssi. Halkaisijaltaan linssin on oltava varsin suuri (kaksi tuumaa), koska säde leviää varsin voimakkaasti. Apertuurin ja linssin välissä on polaroimaton säteenjakajakuutio, josta noin puolet säteestä heijastuu kuvassa alaspäin, ja menee hukkaan, toinen puoli läpäisee kuution suoraan. Apertuurin jälkeen on myös säädettävä neutraaliläpäisy-suodatin, jolla säteen intensiteettiä voidaan alentaa kameralle sopivaksi. Linssin jälkeen on heijastushilasta ja peilistä koostuva kaksoisheijastussysteemi, joka levittää alunperin päällekkäin olevat laserin aallonpituudet erilleen. Säteen osuessa hilalle ensimmäisen kerran osa säteestä heijastuu -1 diffraktiokertalukuun, jonka kulma riippuu aallonpituudesta. Hilan jälkeen säde osuu suorassa kulmassa peiliin. Tämän



Kuva 4.1: Broad area laserin moodien kuvaamiseen käytetty laitteisto.

jälkeen se heijastuu takaisin hilalle, jolloin aallonpituudet leviävät lisää. -1 kertaluvun lisäksi suuri osa säteestä heijastuu hilalla normaalin peiliheijastuslain mukaan nollanteen kertalukuun. Laitteessa käytettiin Thorlabsin holografisesti valmistetusta masterista kopioitua, $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ kokoista, periodiltaan 2400 viivaa/mm ($d = 416 \text{ nm}$) heijastushilaa. Tällaista kaksoisheijastusjärjestelyä käytettiin, koska moodien väliset aallonpituuserot ovat hyvin pieniä, eikä yksi heijastus hilasta vielä riittäisi eron havaitsemiseen. Heijastussysteemin tarkempi analyysi esitetään myöhempanä.

Järjestelyllä saadaan lisäksi tuplattua käytettyjen hilaviivojen efektiivinen lukumäärä, jolloin myös laitteiston resoluutio paranee. Spektrometrihilan aallonpituuksien erotteluresoluutio R voidaan esittää yhtälöllä [29, 30]

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad (4.1)$$

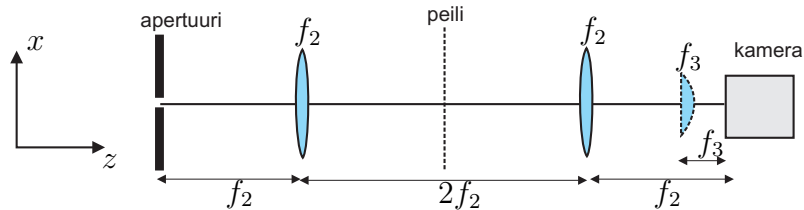
missä $\Delta\lambda$ on pienin havaittava aallonpituusero aallonpituudella λ , m on käytetty diffraktiokertaluku ja N efektiivisten hilaviivojen lukumäärä, eli moneenko viivaan tutkittava säde osuu. Jos lasersäde peittää hilan suurin piirtein kokonaan, ja se heijastuu tästä kahdesti, saadaan $N = 2 \times 50 \times 2400 = 240000$. Tutkitun laserin 670 nm aallonpituusalueella pienin havaittava aallonpituusero kertaluvulla $m = -1$ on

$\Delta\lambda = 670 \text{ nm}/240000 = 2.8 \text{ pm}$. Se vastaa taajuuseroa 1.86 GHz.

Heijastussysteemin jälkeen säde palaa takaisin linssille f_2 , ja siitä taas säteenjakajalle, jossa puolet säteestä heijastuu kuvassa ylös. Lopulta kameran CMOS-kennolle muodostuu x -suunnassa samankokoinen tarkka kuva kuin apertuuriin. Nyt eri aallonpituudet ovat levinneet sivuttain y -suunnassa, kun ne apertuurissa olivat päällekkäin. Kamera on moottoroidulla siirtopöydälle, jota voidaan ohjata tietokoneella. Näin kuvaa voidaan tarkentaa siirtämällä kameraa pitkästi z -suunnassa. Koko spektri saadaan kuvattua liikkumalla poikittain y -suunnassa, koska levitetty säde ei mahdu kerralla kameran kennolle. Kamera on Thorlabsin USB-liitäntäinen DCC1545M mustavalko CMOS-kennolla, kuvan maksimikoko on 1280×1024 pikseliä, ja pikselit ovat sivultaan $5.2 \mu\text{m}$ neliöitä.

Systeemiin voidaan asettaa sylinterilinssi f_3 , polttovälinsä päähän kamerasta. Linssi levittää sädettä x -suunnassa, tämän pysyessä muuttumattomana y -suunnassa. Tällöin kameralle kuvautuu kentästä x -suunnassa otettu Fourier-muunnos. Eli oleellisesti nähdään millainen eri moodien kaukokenttä on, kun ilman sylinterilinssiä nähdään lähikenttä.

Kun systeemiä tarkastellaan optisella akselilla, se voidaan ajatella kuvan 4.2 kaltaisena. Siinä säteenjakaja ja hila voidaan unohtaa, linssi f_2 on peilin takia kahteen kertaan. Seuraavaksi perustellaan tätä mallia käyttämällä miksi laitteisto toimii kuvaavana systeeminä, tai kun sylinterilinssi lisätään Fourier-muuntavana.



Kuva 4.2: Periaatekuva mittalaitteen optisesta akselista.

4.1.1 ABCD-matriisit

Tutustutaan nyt lyhyesti paraksiaaliseen säteenjäljitykseen niin sanottujen ABCD-matriisien avulla. Säde saapuu optisen systeemin sisääntulotasoon pisteessä y_0 , kulmassa θ_0 . Kun säde etenee systeemin läpi, ulostulopiste ja -kulma saadaan selville

kertomalla lähtöarvojen vektori systeemiä kuvaavalla 2×2 matriisilla [17].

$$\begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Systeemi voi koostua useista rajapinnoista ja näiden välisistä tiloista, suuremman systeemin matriisi saadaan kertomalla sen elementtien matriisit järjestyksessä keskenään. Jos systeemissä on N kpl elementtejä, ja ensimmäistä kuvaa matriisi \mathbf{M}_1 , ja viimeistä \mathbf{M}_N , saadaan kokonaismatriisiksi

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_N \mathbf{M}_{N-1} \dots \mathbf{M}_2 \mathbf{M}_1. \quad (4.3)$$

Tässä on oletettu kulmien pysyvän riittävän pieninä, että voidaan käyttää approksimaatiota $\sin \theta \approx \theta$.

Säteen eteneminen vapaassa avaruudessa matkan p verran voidaan kuvata matriisilla

$$\mathbf{P}(p) = \begin{bmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.4)$$

Ohutta polttovälin f linssiä vastaa taas

$$\mathbf{F}(f) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Kuvaussysteemin matriisi on

$$\mathbf{M}_I = \begin{bmatrix} m & 0 \\ -1/f' & m^{-1}n_0/n_J \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

missä m on systeemin suurennus, sekä n_0 ja n_J taitekertoimet systeemin sisään- ja ulostulotasoissa, usein molemmat ovat yksi. Fourier-muunnossysteemin matriisi on

$$\mathbf{M}_F = \begin{bmatrix} 0 & f \\ -1/f & D \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

missä D on aaltorintaman kaarevuussäde.

Siispä ilman sylinterilinssiä systeemin matriisiksi apertuurilta kameralle voidaan laskea:

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}(f_2)\mathbf{F}(f_2)\mathbf{P}(2f_2)\mathbf{F}(f_2)\mathbf{P}(f_2) = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

kun linssit oletetaan ohuiksi ja niiden välimatkat ideaalisiksi. Kyseessä on siis yksinkertainen kuvaussysteemi ilman suurennosta. Kun lisätään sylinterilinssi, matriisiksi tulee x -suunnassa

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}(f_3)\mathbf{F}(f_3)\mathbf{P}(f_2 - f_3)\mathbf{F}(f_2)\mathbf{P}(2f_2)\mathbf{F}(f_2)\mathbf{P}(f_2) = \begin{bmatrix} 0 & -f_3 \\ 1/f_3 & -2 \end{bmatrix}. \quad (4.9)$$

Tällöin kameran kennolle todellakin muodostuu Fourier-muunnos x -suunnassa, systeemin pysyessä tavallisena kuvaavana y -suunnassa.

4.1.2 Kaksoisheijastushilasysteemin analysointi

Lineaarille diffraktiohilalle kulmassa θ_1 tuleva tasoaalto taittuu tai heijastuu hilalta kertalukuun m kulmassa θ_m seuraavan hilayhtälön mukaisesti, kun tulotaso on suorassa kulmassa hilaviivojen kanssa:

$$n' \sin \theta_m = n \sin \theta_1 + \frac{m\lambda_0}{d}. \quad (4.10)$$

Yhtälössä d on hilan periodi, λ_0 aallonpituus tyhjiössä, sekä n ja n' ovat taitekerroimet sillä puolen hilaa jolta säde tulee ja jolle se poistuu, heijastushilalle nämä ovat samat ja ilmassa olevalle hilalle yksi. Kertaluvulle $m = 0$ yhtälöstä saadaan normaalit heijastus ja taittumislait.

Säteen tullessa kaksoisheijastussysteemissä hilalle kulmassa θ_{11} ja tarkasteltaessa -1 kertalukua, saadaan johdettua että toisessa heijastuksessa säde jättää hilan kulmassa θ_{r2} seuraavan yhtälön mukaisesti [28, 31]:

$$\theta_{r2} = \arcsin \left\{ \frac{\lambda}{d} \cos \gamma - \sin \left[2(\theta_{11} - 2\xi) - \arcsin \left(\frac{\lambda}{d} \cos \gamma - \sin \theta_{11} \right) \right] \right\}. \quad (4.11)$$

Tässä 2ξ on kulma, jossa peilin normaalivektori on tulevan säteen kanssa, ja γ on hilan kiertokulma hilaviivojen määräämässä tasossa. Tarkasteltaessa kuvan (4.1) tasossa eteneviä säteitä, ja olettaen että hilaviivat ovat kuvan tasoon nähden kohtisuorassa, $\gamma = 0$. Yhtälöstä (4.11) ei kuitenkaan selviä missä pisteessä systeemistä lähtevät säteet poistuvat. Tarkastellaan systeemiä siis säteenjäljityksen avulla.

Tuttu hilayhtälö (4.10) voidaan esittää vektorimuodossa [32],

$$n'(\mathbf{S}' \times \mathbf{r}) = n(\mathbf{S} \times \mathbf{r}) + \frac{m\lambda}{d}\mathbf{q} \quad (4.12)$$

Tässä \mathbf{S} on hilalle tulevan tasoallon yksikkösuuntavektori ja \mathbf{S}' lähtevä. Hilan määrittelevät kolme keskenään kohtisuorassa olevaa yksikkövektoria \mathbf{r} , \mathbf{q} ja \mathbf{p} . Näistä \mathbf{r}

on hilan pinnan normaalivektori, \mathbf{q} on hilaviivojen sekä pinnan suuntainen, ja \mathbf{p} on viivojen kanssa kohtisuorassa oleva pinnan suuntainen vektori. Tällöin saadaan selville mielivaltaisessa asennossa olevalta hilalta lähtevien tasoaaltojen suuntavektorit myös kolmiulotteisissa tapauksissa, kun tulevan kentän suuntavektori ei välttämättä ole hilaviivojen kanssa kohtisuorassa, eli ns. conical-tapauksissa. \mathbf{S}' :n ratkaisemiseksi yhtälö (4.12) voidaan muokata muotoon

$$\mathbf{S}' = \mu\mathbf{S} - \Lambda\mathbf{p} + \Gamma\mathbf{r}, \quad (4.13)$$

missä Γ on kerroin, joka seuraavaksi ratkaistaan. Lisäksi käytetään lyhennysmerkin-
töjä:

$$\Lambda = \frac{m\lambda}{n'd} \quad \text{ja} \quad \mu = \frac{n}{n'}. \quad (4.14)$$

Γ saadaan selville ratkaisemalla seuraava toisen asteen yhtälö

$$\Gamma^2 + 2a\Gamma + b = 0, \quad (4.15)$$

missä

$$a = \frac{\mu\mathbf{S} \cdot \mathbf{r}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}, \quad (4.16)$$

ja

$$b = \frac{\mu^2 - 1 + \Lambda^2 - 2\mu\Lambda\mathbf{S} \cdot \mathbf{p}}{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}}. \quad (4.17)$$

Yhtälön (4.15) juuriksi saadaan siis

$$\Gamma = \pm\sqrt{a^2 - b} - a, \quad (4.18)$$

joista heijastuksen tapauksessa valitaan itseisarvoltaan suurempi, läpäisylle pienempi.

Tarkastellaan nyt heijastussysteemiä alkaen linssin f_2 takapinnalta. Määritellään nyt systeemi sellaiseksi, että laserin keskiaallonpituutta oleva z -akselin suuntaan etenevä säde palaa takaisin lähtöpisteeseensä samaa reittiä pitkin. Olkoon tämän säteen matka linssiltä hilalle L_1 ja hilalta peilille L_2 , sekä $f_2 = L_1 + L_2$. Asetetaan hila siten että säde osuu siihen kulmassa θ_{in} .

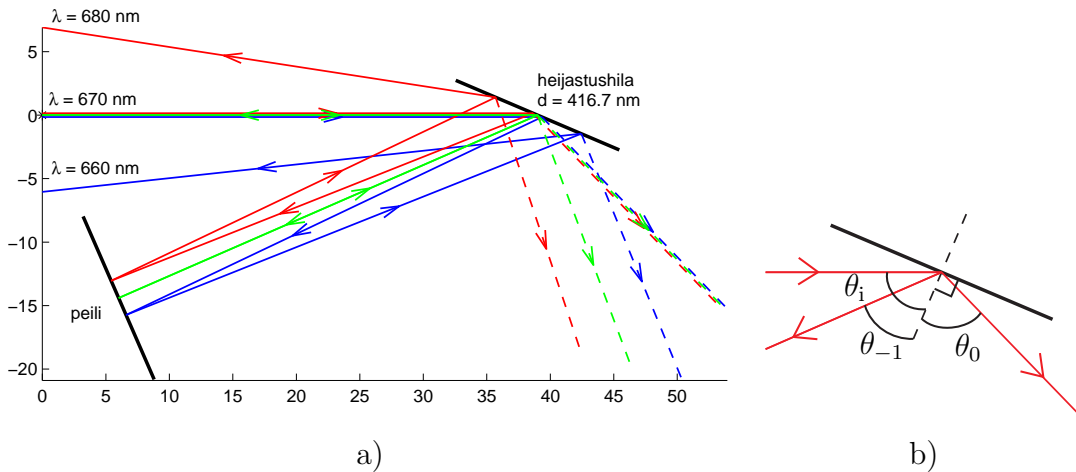
Esitetään valonsäteellä oleva piste parametrimuodossa $\mathbf{S}_p + a\mathbf{S}_v$, missä \mathbf{S}_p on säteen lähtöpiste, \mathbf{S}_v suuntavektori ja a edetty matka.

Määritellään nyt hilan ja peilin paikkaa ja asentoa kuvaavat vektorit tämän systeemiin tulevan referenssisäteiden avulla. Säde etenee suuntavektorin $\mathbf{S}_{10} = (0, 0, 1)$

suuntaan, ja osuu hilalle pisteessä $\mathbf{G}_0 = (0, 0, L_1)$. Tällöin hilan normaalivektori on $\mathbf{r}_g = (0, \sin \theta_{i0}, \cos \theta_{i0})$, hilaviivat osoittavat suuntaan $\mathbf{g} = (1, 0, 0)$, jolloin hilan taso on suunnassa $\mathbf{p}_g = \mathbf{q}_g \times \mathbf{r}_g$. Kertalukuun -1 heijastunut suuntavektori \mathbf{S}_{20} lasketaan käyttämällä edellä kuvattua menetelmää. Tämä säde osuu peilille pisteessä $\mathbf{M}_0 = \mathbf{G}_0 + L_2 \mathbf{S}_{20}$. Peili on kohtisuorassa säteen kanssa, joten sen normaalivektori on $\mathbf{r}_m = \mathbf{S}_{20}$. Nyt valon käänteisen kulun perusteella säde palaa takaisin samaa reittiä.

Nyt käyttäen näitä vektoreita voimme laskea mielivaltaisen säteen etenemisen systeemissä. Mielivaltainen säde saapuu tulotasoon (y, z) -tasossa pisteessä $\mathbf{R}_{1p} = (0, y_0, 0)$ kulmassa α z -akselin suhteen jolloin suuntavektori on $\mathbf{R}_{1v} = (0, \sin \alpha, \cos \alpha)$. Säde etenee matkan a ja osuu hilalle pisteessä \mathbf{R}_{2p} . Matka a saadaan selville laskeamalla säteen ja heijastavan pinnan leikkauspiste. Heijastunut säde lasketaan, ja sama toistetaan peilillä ja toiselle hilaheijastuksella. Lopulta poistuva säde osuu linssin f_2 takapintaan pisteessä $\mathbf{R}_{1p} = (0, y_0, 0)$, kulmassa $\alpha_{out} = -\arctan(R_{4y}/R_{4z})$

Vaihtoehtoisesti vastaava tarkastelu olisi voitu tehdä käyttämällä ABCD-matriiseista laajennettuja ns. ABCDEF-matriiseja [33], joiden avulla voidaan ottaa huomioon myös optisten komponenttien paikkavirheet. Näin on tehty amerikkalaisessa Master's Thesis -tutkielmassa [31].



Kuva 4.3: a) Hila levittää samasta pisteestä lähteviä aallonpituuksia. b) Hilan tulo- ja heijastuskulmat.

Edellä kuvatulla tavalla toteutettiin MATLAB-koodi, jolla voidaan määrittää mielivaltaisten säteiden reittejä spektrometrisysteemissä. Tämän avulla laskettu kuva 4.3 a) havainnollistaa kuinka eri aallonpituudet leviävät hilassa kahdessa heijastuksessa. Kaikki aallonpituudet tulevat hilalle samassa kulmassa $\theta_{\text{in}} = 67^\circ$. Hila ja peili on asetettu siten, että keskiaallonpituus, tässä tapauksessa 670 nm, heijastuu takaisin lähtöpisteeseensä. Lähtötason ja hilan välimatka on keskiaallonpituudella $L_1 = 39$ cm, hilan ja peilin $L_2 = 36$ cm. Pidemmät aallonpituudet osuvat kuvassa tämän pisteen yläpuolelle ja lyhemmät alapuolelle. Kuvassa aallonpituuserot ovat kuvan selventämiseksi huomattavasti suuremmat kuin tutkittavalla laserilla. Katkoviivat kuvaavat normaalisti nollanteen kertalukuun peiliheijastuvaa valoa. Täten suuri osa valosta menee hukkaan, koska hilan hyötysuhdetta ei ole erityisesti optimoitu -1 kertaluvulle.

Hilalle tulevien ja siitä lähtevien säteiden kulmia merkitään kuvan 4.3 b) mukaisesti, θ_i on tulokulma, θ_0 on normaalin heijastuslain mukainen heijastuskulma ja θ_{-1} diffraktion vaikutuksesta osittain tulosuuntaan heijastunut säde. Nämä ovat ainoat kertaluvut jotka voivat esiintyä käytetyllä hilaperiodilla.

Nyt kun heijastussysteemin kautta kulkevan säteen reitti voidaan selvittää, lasketaan ABCD-matriisien avulla mihin paikkoihin eri aallonpituudet piirtyvät kuvatasossa. Ajatellaan taas linssit ideaalisen ohuiksi. Matriisien (4.4) ja (4.5) avulla voimme jäljittää apertuurista kameralle etenevät säteet. Apertuurista pisteestä $y_0 = 0$ kulmiin θ_0 lähtevien säteiden eteneminen linssin f_2 jälkeen on

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \mathbf{F}(f_2)\mathbf{P}(f_2) \begin{bmatrix} y_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

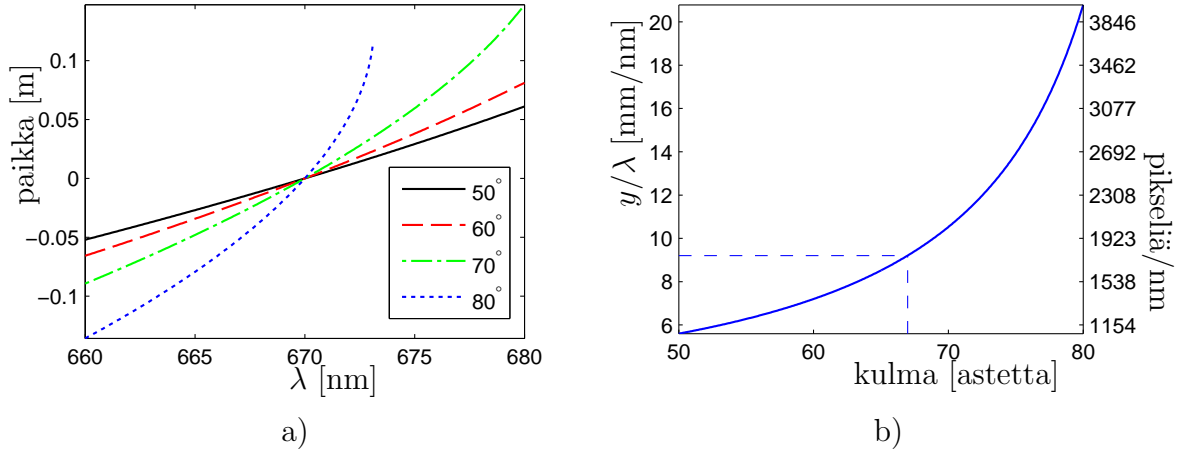
Tämän jälkeen selvitetään kaksoisheijastushilan vaikutus säteeseen, ja linssille palaavien säteiden paikka y_2 ja kulma θ_2 lasketaan edellä kuvatulla tavalla. Jonka jälkeen kameralle tuleviksi säteiksi saadaan

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\text{out}} &= \begin{bmatrix} y_{\text{out}} \\ \theta_{\text{out}} \end{bmatrix} = \mathbf{P}(p)\mathbf{F}(f_2) \begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 - p/f_2 & p \\ -1/f_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{f_2} \begin{bmatrix} f_2 p_2 \theta_2 + f_2 y_2 - p_2 y_2 \\ f_2 \theta_2 - y_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (4.20)$$

Jos $f_2 = p$ saadaan

$$\mathbf{v}_{\text{out}} = \begin{bmatrix} f_2 \theta_2 \\ \theta_2 - y_2/f_2 \end{bmatrix}. \quad (4.21)$$

Eli jos linssi on asetettu ideaaliseen paikkaan, ei ole tarpeen tietää pistettä, jossa säteet poistuvat kaksoisheijastussysteemistä, ja eri aallonpituuksien kuvautumispaikat saadaan selville käyttämällä yhtälöä (4.11), ja kertomalla z -akselin suhteen oleva poistumiskulma polttovälillä f_2 . Sijoitteluvirheiden analysointiin on käytettävä tarkempaa, edellä kuvattua säteiden paikat huomioivaa menetelmää. Tällöin luonnollisesti ABCD-matriisitkaan eivät välttämättä anna riittävän tarkkoja tuloksia.



Kuva 4.4: a) Kohdat mihin eri aallonpituudet piirtyvät spektrometrin kuvatasossa neljällä eri hilan tulokulmalla. b) Aallonpituuksien leviämisen riippuvuus hilan tulokulmasta.

Täten saadaan laskettua kuvan 4.4 a) käyrät, jotka havainnollistavat mihin kohtiin kameran kennolle eri aallonpituudet tarkentuvat erilaisilla hilan kulmilla. Kuvasta nähdään että mitä suuremmassa kulmassa säde saapuu hilalle sitä enemmän eri aallonpituudet leviävät. Käyrät eivät myöskään ole suoria, joten aallonpituuserot eivät pysy lineaarisina, vaan kaartuvat sitä enemmän mitä kauemmas keskiaallonpituudesta mennään. Pienellä aallonpituuskaistalla käyrät voidaan kuitenkin ajatella suoriksi. Huomattavaa on kuinka 80°:ta vastaava käyrä kääntyy voimakkaasti ylöspäin ja lopulta katkeaa 673 nm paikkeilla. Tällöin käy niin, että hilalla tapahtuvassa toisessa heijastuksessa -1 kertalukuun lähtevä säde kääntyy hilan suuntaiseksi, eli heijastuskulma menee 90°:een. Tällöin siis vain nollas kertaluku pääsee heijastumaan.

Kuvassa 4.4 b) havainnollistetaan hilan tulokulman vaikutusta siihen kuinka paljon aallonpituudet leviävät. Kuvaa 4.4 a) vastaavien käyrien kulmakertoimia on siis laskettu keskiaallonpituutta vastaavissa pisteissä. Paikan ja aallonpituuden suhteeksi 67° hilan tulokulmalla saatiin $y/\lambda = 9.2$ mm/nm, tällöin 1769 kameran pikseliä vastaa yhden nanometrin aallonpituuseroa, tai käänteisesti yksi pikseli vastaa 0.565 pm aallonpituuseroa. Hilasta johtuva resoluutio 2.8 pm on tätä huonompi. Tätä tietoa tarvitaan spektrometrillä otettujen kuvien aallonpituusakselia kalibroitaessa. Optiikan suunnitteluohjelmisto ZEMAX:lla päästiin samaan tulokseen, kuin nyt esitettyssä laskuissa. Kulma 67° valittiin koska kulman haluttiin olevan mahdollisimman suuri, että aallonpituudet leviäisivät mahdollisimman paljon. Lisäksi linssin levittämän lasersäteen tuli peittää mahdollisimman suuri osa hilasta, jolloin efektiivisten hilaviivojen lukumäärä oli suurin. Suuremmalla kulmalla osa säteestä alkoi jo mennä ohi hilasta.

4.2 LED:ien mallintaminen sädeoptiikalla

LED:n ja sen yhteyteen integroidun yleensä puolipallon muotoisen muovilinssin tuottamaa valokuviota simuloitaessa turvaututtiin perinteiseen säteenjäljitystekniikkaan. Tällöin valon aaltoluonne jätetään huomiotta. Menetelmä antaa kuitenkin useimmiten riittävän tarkkoja tuloksia, kunhan systeemin yksityiskohdat eivät ole liian pieniä, eli lähellä aallonpituuden suuruusluokkaa.

Nyt valon ajatellaan koostuvan joukosta homogeenisessa väliaineessa suoraan eteneviä säteitä (englanniksi ray). Näitä enemmän tai vähemmän abstrakteja säteitä ei tule sekoittaa esimerkiksi laserien tuottamiin todellisiin säteisiin tai valokeiloihin, (englanniksi beam). Menetelmässä, sanan mukaisesti, selvitetään mihin jostakin pisteestä tiettyyn suuntaan lähtenyt säde päättyy mahdollisesti taituttuaan tai heijastuttuaan systeemissä olevista rajapinnoista. Määritellään pisteestä (x_0, y_0, z_0) lähtevän säteen suuntavektoriksi

$$\hat{\mathbf{S}} = L\hat{\mathbf{x}} + M\hat{\mathbf{y}} + N\hat{\mathbf{z}}. \quad (4.22)$$

Lisäksi olkoot rajapintojen kussakin pisteessä pinnan kanssa kohtisuorat vektorit eli normaalivektorit muotoa.

$$\hat{\mathbf{n}} = n_x\hat{\mathbf{x}} + n_y\hat{\mathbf{y}} + n_z\hat{\mathbf{z}}. \quad (4.23)$$

Nyt kun säde leikkaa rajapinnan jossain pisteessä saadaan taittuneen säteen suuntavektori \mathbf{S}' selville Snellin lain vektorimuodosta:

$$n'(\hat{\mathbf{S}}' \times \hat{\mathbf{n}}') = n(\hat{\mathbf{S}} \times \hat{\mathbf{n}}), \quad (4.24)$$

missä n' ja n ovat aineen taitekertoimet rajapinnan molemmilla puolin.

Voidaksemme tarkastella muitakin kuin pallopintaisia linssejä, määritellään linssi kartioleikkauksen pyörähdyskappaleeksi. Eli pinnan määrittelee nyt yhtälö:

$$f(x, y, z) = -z + \frac{1}{2}c(x^2 + y^2 + \epsilon z^2) = 0, \quad (4.25)$$

missä $c = 1/r$, ja r on pinnan kaarevuussäde. Vakio ϵ puolestaan määrää pinnan muodon, jos $\epsilon > 1$ kyseessä on z -suunnassa litistynyt ellipsoidi, $\epsilon = 1$ pallo, $0 > \epsilon > -1$ venynyt ellipsoidi, $\epsilon = 0$ paraboloidi, ja $\epsilon < -1$ hyperboloidi. Tämä z -akselin suhteen pyörähdyssymmetrinen pinta kulkee nyt origon kautta.

Tällöin pinnan normaalit tietyssä pinnan pisteessä määritellään seuraavasti

$$\hat{\mathbf{n}} = -\frac{cx\hat{\mathbf{x}} + cy\hat{\mathbf{y}} + (c\epsilon z - 1)\hat{\mathbf{z}}}{\sqrt{1 - 2c(\epsilon - 1)z + c^2\epsilon(\epsilon - 1)z^2}}. \quad (4.26)$$

Säteen lähtöpisteen ja pisteen, jossa se leikkaa pinnan, välinen etäisyys D saadaan selville kaavasta.

$$D = \frac{1}{c}(F \pm \sqrt{F^2 - cG}), \quad (4.27)$$

missä

$$F = \frac{N - c[Lx_1 + My_1 + N\epsilon(z_1 - d)]}{1 + (\epsilon - 1)N^2} \quad (4.28)$$

ja

$$G = \frac{c[x_1^2 + y_1^2 + \epsilon(z_1 - d)^2] - 2(z_1 - d)}{1 + (\epsilon - 1)N^2}, \quad (4.29)$$

Etumerkki tulee valita sen mukaan tarkastellaanko osumista kappaleen etu- vai takapintaan.

Kulman, jossa säde saapuu pinnalle, suuntakosini saadaan selville pinnannormaalien säteen ja suuntavektorin pistetulona [34].

$$\cos \theta_1 = \hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{S}} \quad (4.30)$$

Taittuneen säteen suuntakosini saadaan taas selville edellisestä Snellin lain avulla.

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2(1 - \cos^2 \theta_1)} \quad (4.31)$$

Näiden avulla selvitetään taittuneen ja heijastuneen säteen suuntavektorit. Suuntakosineja voidaan myös käyttää uudelleen hieman myöhemmin Fresnelin kertoimisissa laskettaessa taittuneen ja heijastuneen säteen intensiteettiä. Heijastuneen säteen suuntavektori on nyt

$$\mathbf{S}'_{\text{reflect}} = \mathbf{S} + 2 \cos \theta_1 \hat{\mathbf{n}}. \quad (4.32)$$

Ja vastaava taittuneelle

$$\mathbf{S}'_{\text{refract}} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \mathbf{S} + \left(\frac{n_1}{n_2} \cos \theta_1 - \cos \theta_2 \right) \hat{\mathbf{n}} \quad (4.33)$$

Jos $\cos \theta_1$ on negatiivinen käytetään muotoa

$$\mathbf{S}'_{\text{refract}} = \left(\frac{n_1}{n_2} \right) \mathbf{S} + \left(\frac{n_1}{n_2} \cos \theta_1 + \cos \theta_2 \right) \hat{\mathbf{n}} \quad (4.34)$$

Simulaatiossa haluttiin ottaa huomioon myös, ettei kaikki valo läpäisekään rajapintaa, vaan osa siitä heijastuu. Tämä osuus riippuu paitsi tulokulmasta myös valon polarisaatiosuunnasta. Jos LED:n alunperin tuottama valo onkin polaroimaton, saattaa linsistä tiettyihin kulmiin taittunut valo ollakin muuttunut osittain polaroituneeksi. Taittuneen valon osuutta TE- ja TM- polarisaatiolle kuvaavat Fresnellin kertoimet T_{TM} ja T_{TE} , heijastuneelle taas R_{TM} ja R_{TE} . Kentän amplitudien kertoimet ovat

$$t_{\text{TM}} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1}, \quad (4.35)$$

$$t_{\text{TE}} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}, \quad (4.36)$$

Näistä saadaan kertoimet taittuneelle intensiteetille

$$T_j = \frac{n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1} |t_j|^2, \quad j = \text{TM, TE} \quad (4.37)$$

Vastaavasti heijastuneelle valolle

$$r_{\text{TM}} = \frac{n_1 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_1} \quad (4.38)$$

$$r_{\text{TE}} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (4.39)$$

$$R_j = |r_j|^2, \quad j = \text{TM, TE} \quad (4.40)$$

Näissä yhtälöissä n_1 ja θ_1 tarkoittavat tulopuolen taitekerrointa ja säteen tulokulmaa, n_2 ja θ_2 vastaavasti rajapinnan vastakkaiselle puolelle. Polarisaatioaste voitiin määrittellä kaukokentässä intensiteetin TM- ja TE-polarisointuneiden komponenttien suhteena

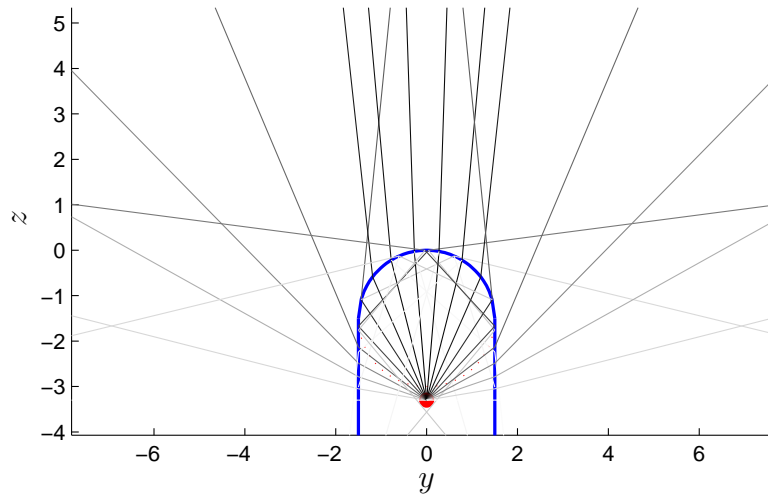
$$P = \left| \frac{I_{\text{TE}} - I_{\text{TM}}}{I_{\text{TE}} + I_{\text{TM}}} \right|. \quad (4.41)$$

Toteutettu koodi pystyy simuloimaan tyypillisimpiä LED:ien yhteydessä käytettyjä linsejä, eli pallolinssien lisäksi muitakin kartioleikkauskappaleita. Itse valolähde ajatellaan valetuksi linssin sisään. Että käsiteltäisiin säteen osumista oikeaan pintaan, on hyperboloidin tapauksessa valittava kaavasta (4.27) negatiivinen haara, muiden kappaleiden tapauksissa positiivinen. Lisäksi pallon ja ellipsoidien tapauksessa linssiä käsitellään ympyräsylinterin kärjessä olevana puolipallona tai -ellipsoidina. Eli jos säde leikkaisi pinnan alempana kuin kappaleen keskipiste, osuukin säde sylinterin pintaan eikä palloon tai ellipsoidiin.

Usein on riittävää tarkastella vain taittuvia säteitä, mutta tarkastellun kaltaisissa linseissä huomattiin tietyillä kulmilla tapahtuvan kokonaisheijastuksia. Huomioon on siis otettava myös heijastuneet säteet.

Kirjoitettu MATLAB-koodi toimii siten, että lähtöpisteestä lähtevän säteen leikkauspiste linssin pinnan kanssa selvitetään. Pinnannormaali tässä pisteessä laskeaan, minkä perusteella saadaan selville taittuneen ja heijastuneen säteen suuntavektori, sekä Fresnelin kertoimista näiden intensiteetit eri polarisaatioille. Taittuneen säteen lähtöpiste linssin pinnalla, suuntavektori, sekä TE- ja TM-polarisaatioiden intensiteetit tallennetaan. Sama toistetaan heijastuneelle säteelle, kunnes intensiteetit ovat pudonneet merkityksettömän pieniksi.

Kuvassa 4.5 on esimerkki koodilla mallinnetusta 20 säteen käyttäytymisestä LED:n linssissä. Siitä nähdään kuinka säteet taittuvat ja heijastuvat joko kokonaan tai osittain. Jotta syntyvää valokeilaa voitiin mallintaa tarkemmin oli käytettävä huomattavasti suurempaa määrää säteitä, yleensä useita tuhansia.



Kuva 4.5: Periaatekuva LED:n linssin mallintamisesta. Säteiden tummuus kuvaa niiden intensiteettiä. Huomaa linssissä tapahtuvat kokonaisheijastukset. Linssin parametrit: $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.0$, $r = -1.5$, $\epsilon = 1$, $z_{\text{start}} = -3.3$

Tulokset-luvussa esitetään edellä kuvatuilla menetelmillä saatua aineistoa. Ensin tarkastellaan ja vertaillaan broad area -laserin simuloitua ja mitattua moodirakennetta. Toisena esitellään säteenjäljityksen avulla LED:eille mallinnettuja säteilykuvioita ja näiden avulla laskettuja elementaarimoodeja.

5.1 Broad area laserin tulokset

Tässä alaluvussa tarkastellaan broad area laser diodin moodirakennetta, ensin simuloituja ja sen jälkeen todellisesta komponentista mitattuja tuloksia.

5.1.1 Mallinnettu moodirakenne

Lasketaan nyt numeerisia arvoja tutkittavalle laserdiodille. Mitattavaksi hankittiin Eagleyard Photonicsin valmistama GaAs broad area -laserdiodi, jonka aaltojohteen pituus on $L = 1500 \mu\text{m}$ ja leveys $W = 100 \mu\text{m}$ [35]. Käytetään taitekerroimelle arvoa $n = 3.6$.

Koska laserin resonaattori on hyvin pitkä verrattuna aallonpituuteen, on pitkitäisten moodien järjestysluvun oltava varsin korkea, että aallonpituus osuisi puoli-johteen vahvistusalueelle. Tutkitun laserin aallonpituuskaista on $\lambda_0 = 670 \text{ nm}$ ympäristössä. Kaavasta (3.49) näemme, että lähimpänä tätä keskiaallonpituutta olevan pitkittäisen moodin m_0 on toteutettava seuraava ehto.

$$m_0 \simeq 2Ln/\lambda_0 \tag{5.1}$$

Kun tämä pyöristetään lähimpään kokonaislukuun, saadaan $m_0 = 16119$. Tämä tarkoittaa että resonaattori on pituudeltaan 16119 aallonpituutta. Nyt voimme las-

kea kaavan (3.54) avulla kutakin moodia vastaavan aallonpituuden. Pitkittäisten moodien m_0 ja $m_0 + 1$ aallonpituusero on $\lambda_{m_0,1} - \lambda_{m_0+1,1} = 41.6$ pm. Poikittaisille moodeille ero on luonnollisesti vielä pienempi, kahdelle ensimmäiselle 0.870 pm, järjestysluvun kasvaessa myös moodien väli kasvaa. Jos kuhunkin pitkittäiseen moodiin kuuluvia poikittaisia moodeja on riittävän paljon, voivat pitkittäiset ylettyä toistensa päälle, kun poikittaisten moodien aallonpituusero tulee suuremmaksi kuin pitkittäisten. Käytetyillä arvoilla tämä tapahtuu, jos poikittaisia moodeja on enemmän kuin 12 kappaletta. Näitä aallonpituuseroja on taulukossa 5.1, $\Delta\lambda_{p-1,p}$ tarkoittaa kahden vierekkäisen moodin eroa, sekä $\Delta\lambda_{1,p}$ ensimmäisen moodin $p = 1$ ja tarkasteltavan moodin p eroa.

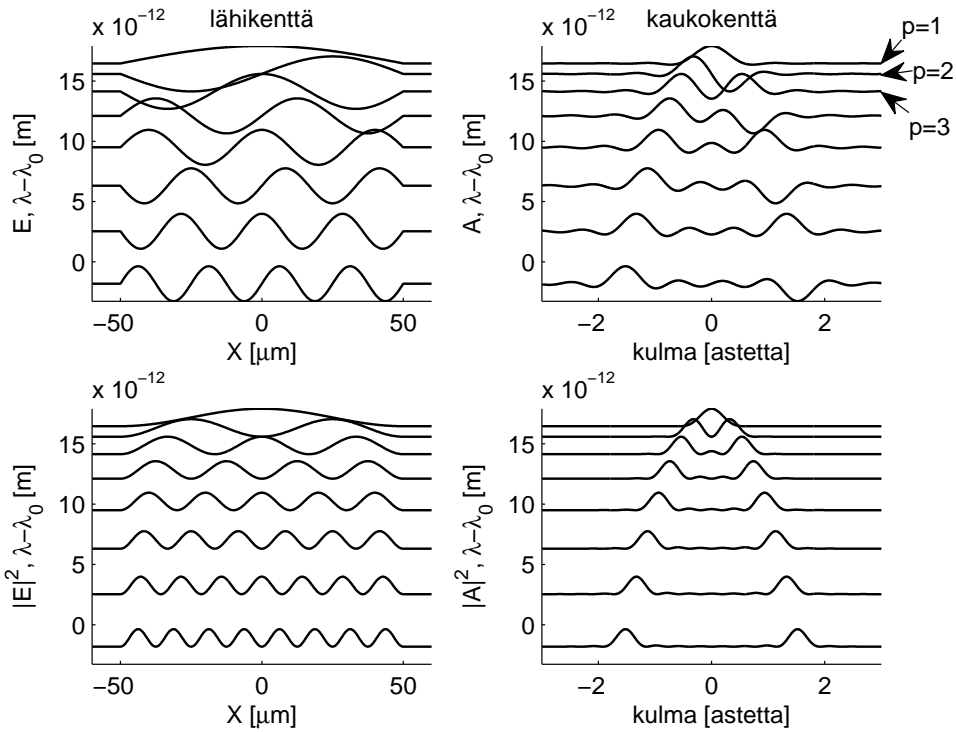
TAULUKKO 5.1

Poikittaisten moodien väliset aallonpituus- ja taajuuserot. Pitkittäisten moodien ero on 41.6 pm eli 27.8 GHz. Resonaattorin taitekertoimeksi oletettiin $n=3.6$;

p	$\Delta\lambda_{p-1,p}$ (pm)	$\Delta\lambda_{1,p}$ (pm)	$\Delta\nu_{p-1,p}$ (GHz)	$\Delta\nu_{1,p}$ (GHz)
2	0.87	0.87	0.58	0.58
3	1.45	2.32	0.97	1.55
4	2.03	4.35	1.36	2.91
5	2.61	6.96	1.74	4.65
6	3.19	10.15	2.13	6.78
7	3.77	13.92	2.52	9.30
8	4.35	18.28	2.91	12.21
9	4.93	23.21	3.29	15.50
10	5.51	28.72	3.68	19.18
11	6.09	34.81	4.07	23.25
12	6.67	41.48	4.46	27.70

Huomataan ettei rakennetun spektrometrin efektiivisten hilaviivojen rajallisesta määrästä seuraava spektraalinen resoluutio 2.8 pm riitä kertaluvultaan pienimpien poikittaistenmoodien toisistaan erottamiseen.

Kuvassa 5.1 on havainnollistettu moodien välistä aallonpituuseroa sekä niiden muotoa yhdelle pitkittäiselle (m_0) ja kahdeksalle poikittaisella moodille. Ylimmä-



Kuva 5.1: Broad area -laserin poikittaisten moodien lähi- ja kaukokentät ensimmäiselle 8 kertaluvulle, käyrien väli vastaa niiden välistä aallonpituuseroa. Ylhäällä amplitudit ja alhaalla intensiteetit.

senä olevien kuvien moodien amplitudit on laskettu lähikentälle kaavoilla (3.39) ja (3.40), sekä kaukokentälle kaavoilla (3.42) ja (3.43). Käyrät on sitten siirretty aallonpituusakselille niitä vastaaviin paikkoihin, λ on puolestaan normitettu vähentämällä siitä keskiaallonpituus $\lambda_0 = 670$ nm. Alarivillä olevat intensiteetin kuvaajat on saatu ottamalla amplitudeista itseisarvon neliö. Kaukokentän kuvaajista näkyy selvästi että kukin moodi, ylintä lukuun ottamatta, koostuu kahdesta piikistä, jotka leviävät kuvaajan mukaisiin kulmiin. Kaavoissa (3.42) ja (3.43) tarvittava aaltovektorin k_x komponentti on saatu laskettua tästä kulman α arvosta seuraavasti.

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sin \alpha. \quad (5.2)$$

Kuvassa 5.2 on laserin päädyistä otettu kuva ilman spektrometrin hilaa, jolloin

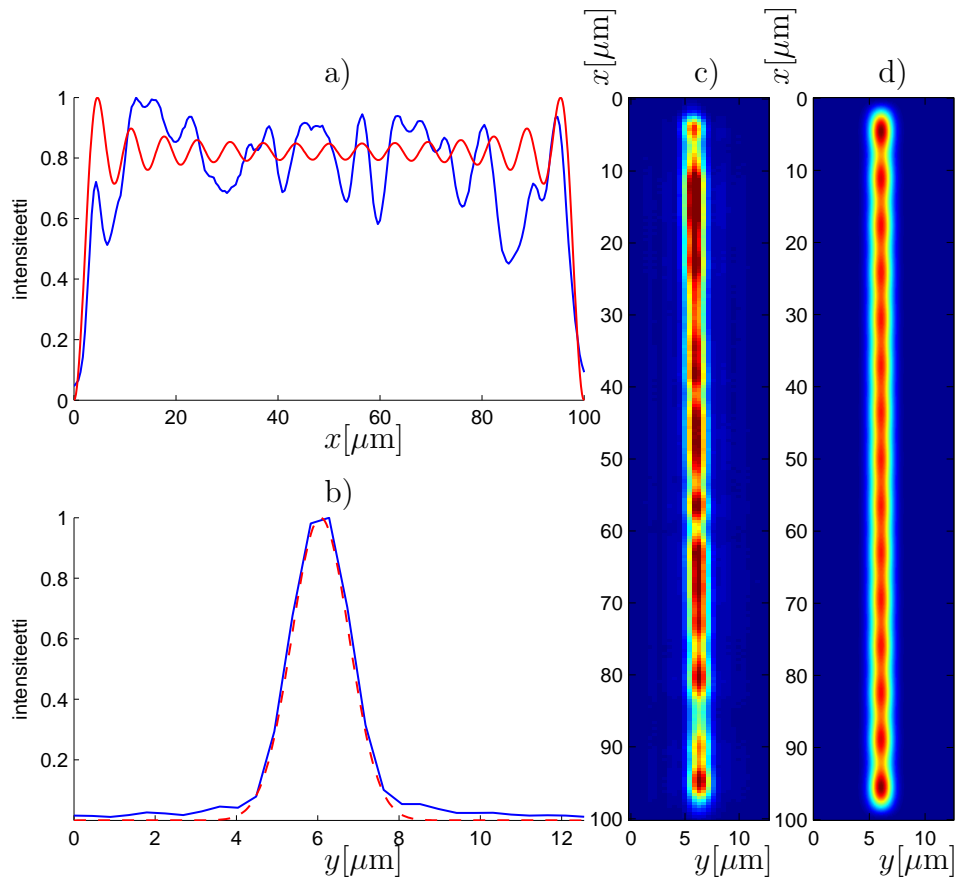
moodeja ei ole erotettu toisistaan, vaan ne ovat päällekkäin. Mitattu intensiteetti on 5.2 c):ssa oikealla, a):ssa ja b):ssa on tästä x - ja y -suuntiin summatut intensiteettikäyrät (sinisellä). Alemmasta käyrästä b) nähdään että y -suunnassa laserin kenttä todellakin on hyvin lähellä gaussista. Kuvaajaan päälle on sovitettu gaussinen käyrä, jonka puolileveys $w_0 = 1.0 \mu\text{m}$. Ylemmän x -suuntaisen kuvaajan a) päälle on piirretty 16:stä poikittaisesta moodista summattu intensiteetti, kaikkien moodien painokertoimet ovat olleet samat. Kuvaajat eivät selvästikään vastaa kovin hyvin toisiaan. Lopuksi d):ssä on näistä teoreettisista käyristä saatu 2D-kuva.

Kuva 5.3 esittää simuloitua lähi- ja kaukokentän intensiteettiä. Kuva on saatu aikaan simuloimalla spektrometrin toimintaa. Jokaista moodia vastaava viivan intensiteetin on oletettu noudattavan y -suunnassa gaussista jakaumaa, jonka puolileveys $W_0 = 1 \mu\text{m}$. Kutakin viivaa on siirretty y -suunnassa aallonpituutta vastaava ja aiemmin simuloidun spektrometrin resoluution mukainen matka. Kuten nähdään ensimmäiset poikittaiset moodit ovat edelleen päällekkäin, eikä niitä voi juuri erottaa toisistaan. Lisäksi pitkittäisten moodien viimeiset poikittaiset moodit menevät päällekkäin seuraavan pitkittäisen kanssa. Siispä kokeellisesti kuvattavan spatiaalisen spektrin voitiin olettaa olevan varsin vaikeasti tulkittava, varsinkin lähikentän tapauksessa.

Kuva 5.4 taas esittää kuinka laserdiodista lähtevä valo käyttäytyy edetessään vapaassa avaruudessa. Nähdään selvästi kuinka useasta intensiteettimaksimista koostuva lähikenttä muuntuu kahdesta piikistä koostuvaksi kaukokentäksi. Viimeisessä kuvassa seitsemää ensimmäistä moodia vastaavat intensiteetit on summattu epäkoherentisti yhteen, kaikkien moodien painokertoimet on oletettu samoiksi. Kuva havainnollistaa hyvin kuinka varsin piikikkäistä moodeista koostuva kokonaiskenttä on lopputuloksena intensiteetiltään varsin tasainen. Kentän eteneminen on laskettu kaavan (3.14) mukaisella kulmaspektriesityksellä 2D-tilanteessa.

5.1.2 Laserdiodin mittaustulokset

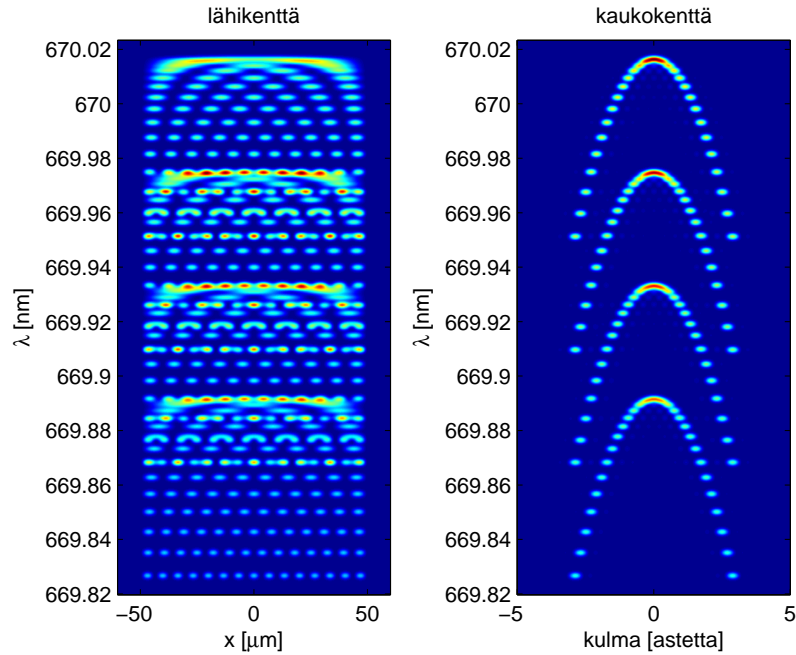
Laserdiodin spektri mitattiin käyttämällä edellä kuvattua laitteistoa ja tulokset näkyvät kuvassa 5.5. Koska spektri ei mahtunut kerralla kameran kennolle, kuvat on koottu useammasta osasesta. Ylimmäisenä on lähikentän spatiaalinen spektri, pystyakseli kuvaa laserdiodin moodien poikittaista rakennetta. Toisena on diodin kaukokentän spektrikuvio, joka on saatu aikaan lisäämällä spektrimetriin sylinterilinssi, joka levittää sädettä vain diodin tason suuntaisesti. Kolmantena on spektraalisen in-



Kuva 5.2: Broad area -laserin intensiteetti lähikentässä ilman että moodeja on eroteltu. Kuva a) on intensiteetin keskiarvo x -suunnassa. Sininen käyrä vastaa mitattua arvoa ja punainen 16 moodilla simuloitua. Kuva b) on keskiarvo y -suunnassa. Sininen käyrä on mitattu, ja punainen katkoviiva on sovitettu gaussinen käyrä. Kuva c) on lähikentästä kuvattu intensiteetti ja d) vastaava simuloitu.

intensiteetin kuvaaja, joka on saatu summaamalla lähikentän kuvan kaikki rivit yhteen ja normittamalla maksimi-intensiteetti yhdeksi. Vaaka-akselilla kaikissa kuvissa on aallonpituus. Alimmaisena on suurennetut alueet lähi- ja kaukokentän spektreistä.

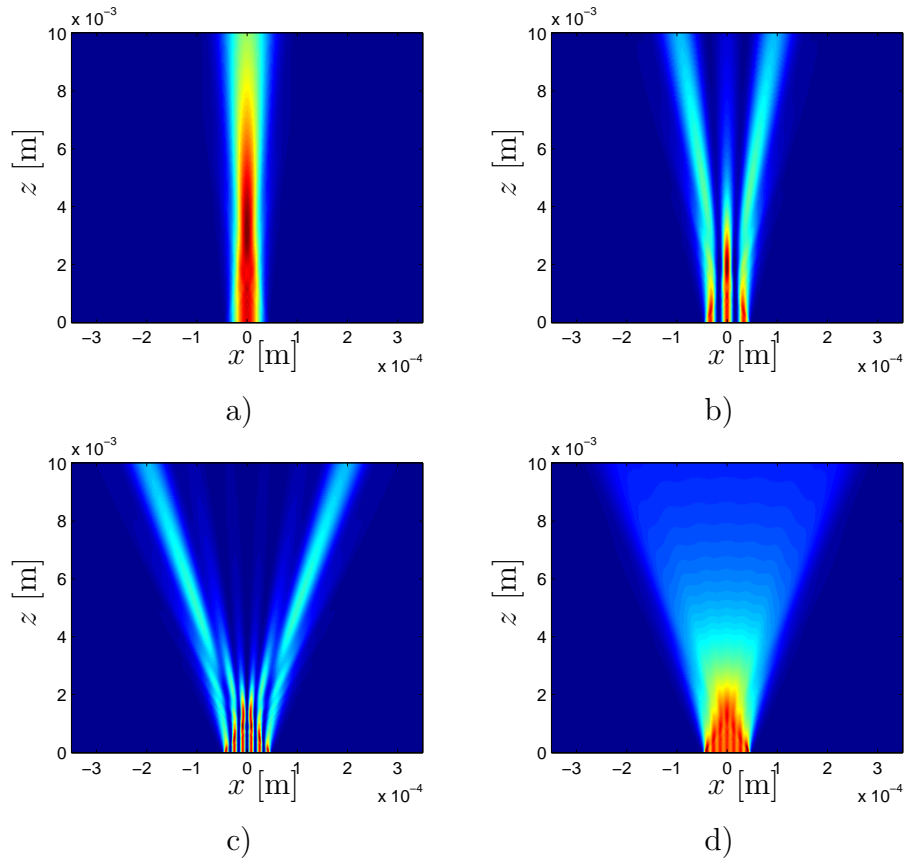
Lähikentän kuvaaja on varsin sekava, kaukokentän spektriä on helpompi tulkita. Tästä nähdään että kunkin moodin kulmaspektri koostuu enemmän tai vähemmän



Kuva 5.3: Broad area -laserin mallinnetun moodirakenteen intensiteetti $|E|^2$ neljälle pitkittäiselle moodille ja 15 poikittaiselle moodille lähikentälle sekä kaukokentälle. Kuten voi nähdä, moodit menevät lähikentässä pahasti päällekkäin ja niiden toisistaan erottaminen on vaikeaa. $W = 100 \mu\text{m}$, $L = 1500 \mu\text{m}$, $n = 3.6$.

kahdesta piikistä. Yhteen pitkittäiseen moodiin kuuluvien poikittaisten moodien maksimit myös muodostavat selvästi erottuvia paraabeleja, kuten oli odotettavissakin. Nämä paraabelit myös ulottuvat hyvin pitkälle toistensa päälle. Pitkittäisten moodit ulottuvat siis hyvin pitkälle toistensa päälle, moodi m ulottuu jopa $m + 2$:n alueelle. Yhteen pitkittäiseen moodiin näyttäisi kuuluvan noin 14–18 poikittaista moodia. Tarkan lukumäärän laskeminen kuvasta on vaikeaa, koska ylimpiä moodeja ei voi erottaa toisistaan.

Lähikentän kuvaaja on pystysuunnassa varsin epäsymmetrinen. Tämä voi johtua diodin aaltojohteen epähomogeenisesta vahvistuksesta ja taitekertoimesta. Kuten kaukokentästä nähtiin moodit menevät voimakkaasti päällekkäin, ja niitä on hyvin vaikea erottaa toisistaan.



Kuva 5.4: Broad area -laserin moodien eteneminen ja leviäminen vapaassa avaruudessa 1 cm matkalla, kulmaspektrimenetelmällä mallinnettuna. Esimerkissä poikittaisten moodien kertaluvut a) $p = 1$, b) $p = 3$ ja c) $p = 6$ sekä d) kertalukujen $p = 1 \dots 7$ painottamaton summa.

Intensiteetin kuvaajassa on myös mediaanisuodattimella tasoitettu kuvaaja. Käyrän muoto vastaakin hyvin diodin datalehdessä ollutta kuvaajaa, jossa lyhemmän aallonpituuden reuna laskee hitaammin kuin pidemmän. Kuvaajan muoto vastaa myös lähteessä [17] sivulla 706 esitettyä teoreettisesti laskettua kuvaajaa.

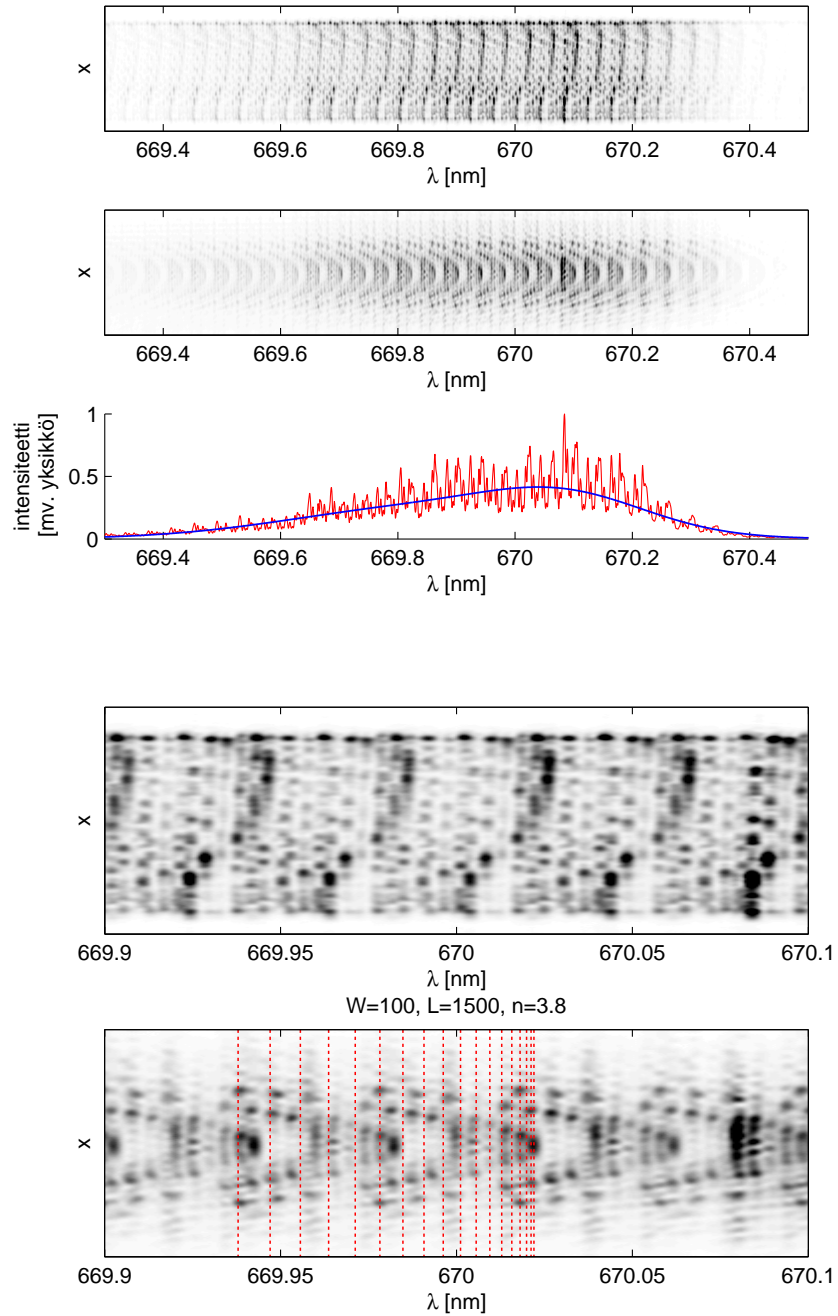
Nyt näemme mittaustuloksista spektrin muodon, mutta on vaikeampi sanoa mitä aallonpituuseroa mikäkin määrä pikseleitä kameran ottamissa kuvissa vastaa. Spektrometri oli siis kalibroitava kuten aiemmin luvussa 4.1.2 on tehty. Aallonpituusakselin absoluuttista paikkaa ei saatu tarkasti mitattua, vaan luotettiin että laserin

maksimi-intensiteetti on 670 nm kohdalla.

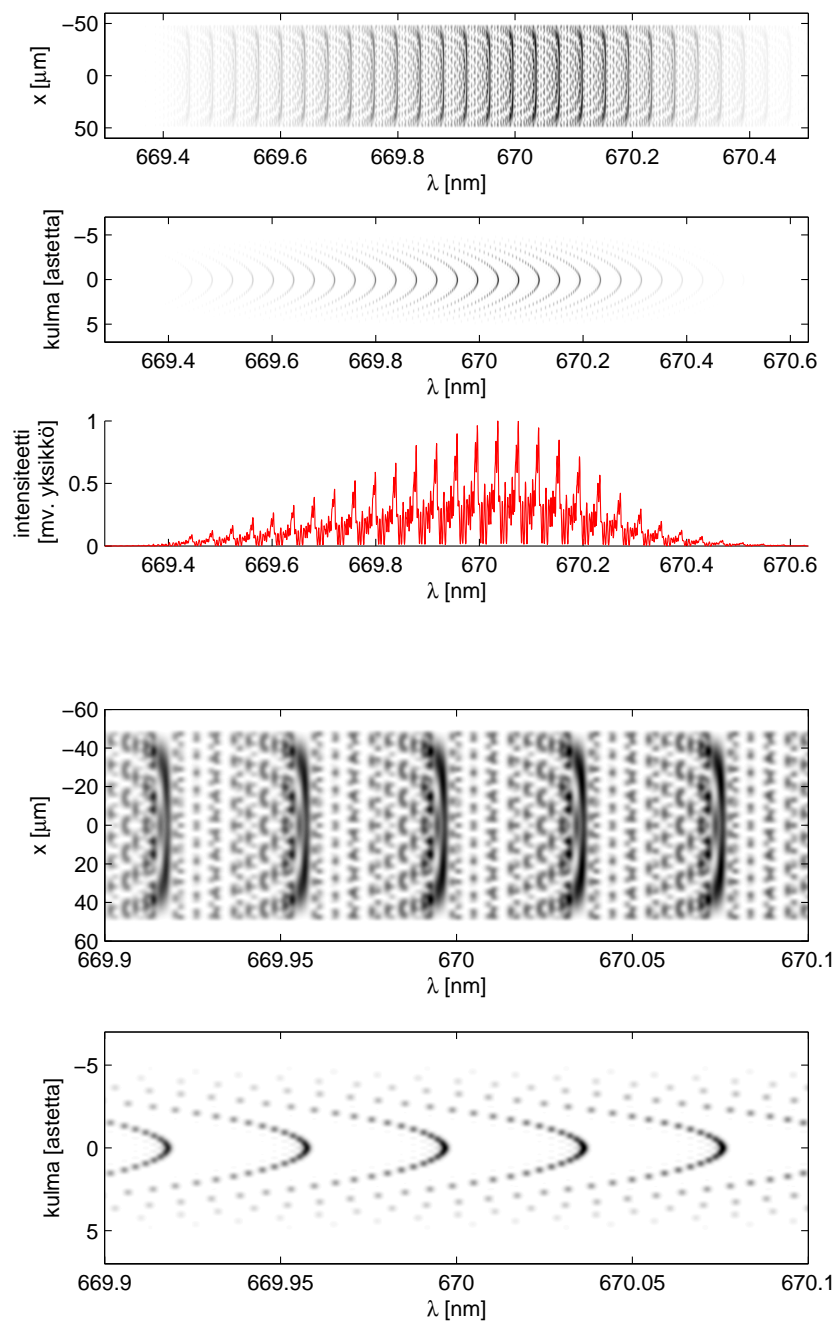
Kutakin moodia vastaavaa viivaa ei ollut mahdollista saada näyttämään täysin terävältä. Ensinnäkin hilan äärellisestä koosta johtuen aallonpituuksien erotteluresoluutio on rajallinen. Toiseksi kukin viiva on tietyllä aallonpituudella oleva laserdiodin emittoivasta päädyistä otettu kuva, jota on siirretty sivuttain. Koska diodin aaltojohde on äärellisen paksu myöskin y -suunnassa, ovat myös kuvat äärellisen leveitä.

Kuvassa 5.6 on kuvan 5.5 mittaustuloksia vastaavat simuloitut spektrit. Laserdiodin vahvistuskaistaa aallonpituuden funktiona on simuloitu kertomalla arvot kuvan 5.5 käyrästä mediaanisuodattimella saadulla pehmenneellä käyrällä.

Lisähaastetta mittauksiin toi tutkittavaksi valitun diodin malli. Stelmakhin artikkelissaan tutkima diodi toimii lähi-infrapuna-alueella 980 nm:ssa [28], kun taas nyt tutkittavaksi valittiin 670 nm punaista valoa lähettävä diodi. Valinta tehtiin osin turvallisuuden takia, näkyvää valoa on helpompi varoa kuin yhtä vaarallista mutta ihmiselle näkymätöntä infrapunaa [36,37]. Lähteen [28] diodin resonaattori on myös lyhyempi kuin nyt tutkittu, vain 1008 μm . Siispä Stelmakhin diodin moodien aallonpituusväli oli huomattavasti suurempi kuin nyt tutkitussa laserissa, poikittaisilla moodeilla noin kaksinkertainen ja pitkittäisillä kolminkertainen. Spektrin rakenteen kuvaaminen oli siis nyt huomattavasti vaikeampaa. Lisäksi [28]:ssa esitetyt mitatut lähikentän spektrit vastaavat huomattavasti paremmin teoreettisesti mallinnettuja. Mahdollisesti laserissamme ja sen resonaattorissa on siis enemmän pieniä epähomogeenisuuksia ja muita poikkeamia ideaalista, ja sen takia nyt mitattu spatiaalinen lähikenttäspektri on varsin epäsymmetrinen. Laserdiodien lähi- ja kaukokentän muotoa, sekä erilaisten ilmiöiden kuten varaustenkuljettajien ja optisen kentän välisen epälineaarisen vuorovaikutuksen vaikutuksia siihen on simuloitu tarkemmin esimerkiksi artikkelissa [38].



Kuva 5.5: Broad area laserin mitattu spektrin lähi- sekä kaukokenttä. Kes-
kellä spektrin intensiteetti, sekä tämä mediaanisuodattimella pehmennettynä.
Alimmaisena kuvan päällä olevat katkoviivat merkitsevät poikittaisten moodien
simuloituja paikkoja.



Kuva 5.6: Kuvaa 5.5 vastaava simuloitu spektri.

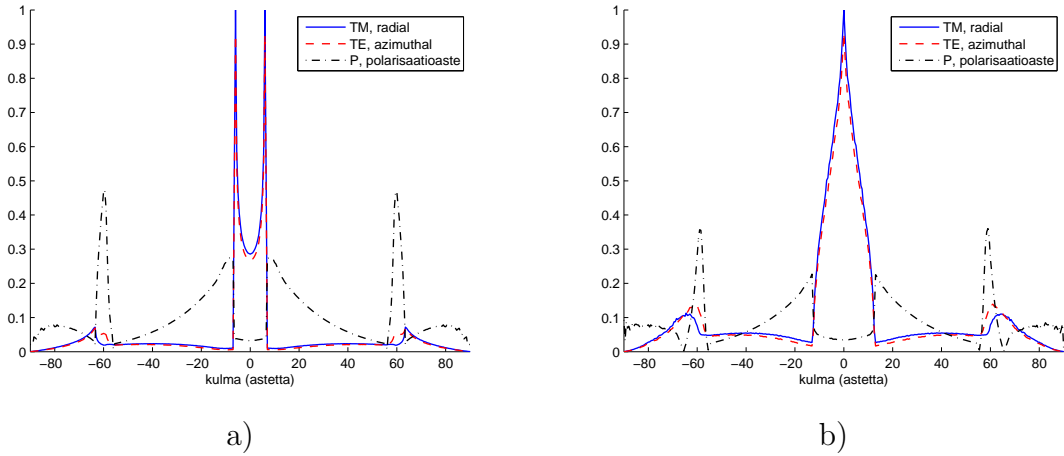
5.2 LED:ien tulokset

Esitetään nyt LED:jä ja niiden yhteyteen liitettyjä linssejä tutkittaessa saatuja tuloksia. Ensin ovat vuorossa säteenjäljityksellä mallinnetut säteilykuviot ja niiden polarisaatio, minkä jälkeen saaduista käyristä edelleen lasketut elementaarimoodit.

5.2.1 Mallinnetut säteilykuviot

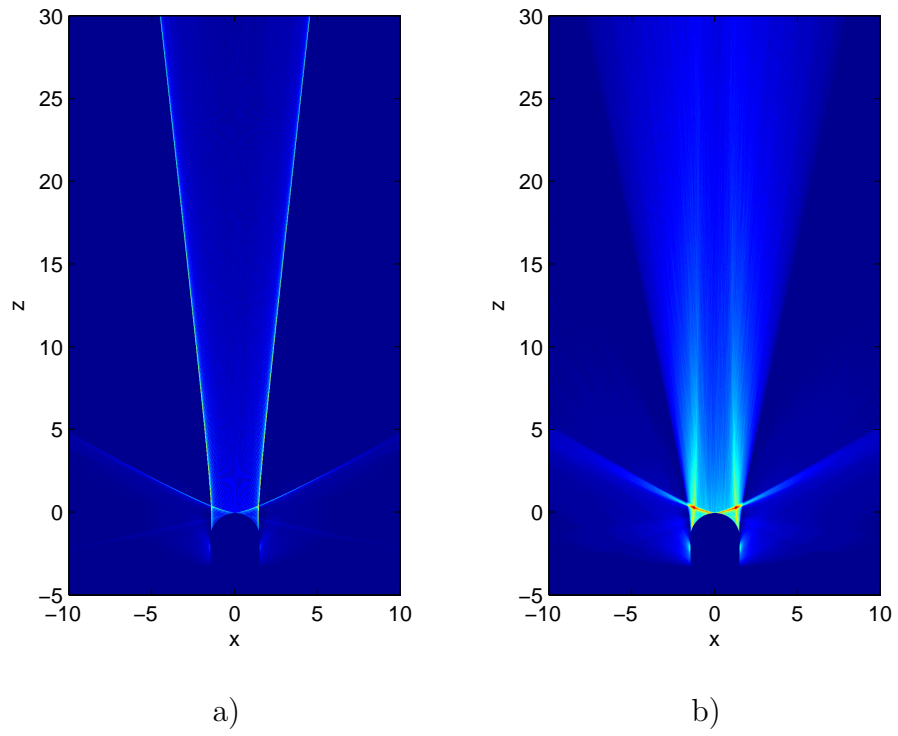
Kirjoitetun MATLAB-koodin avulla mallinnettiin LED:ien ja linssien tuottamaa säteilykuviota. Kuva 5.7 esittää kuvan 4.5 mukaisella puolipallolinssillä varustetun LED:n tuottamaa säteilyintensiteettiä, eli miten voimakkaasti valolähde säteilee mihinkin kulmiin riittävän etäältä mitattuna. Kuvasta näkyy selvästi, että primäärisen valolähteen koolla on merkitystä. Kuvassa 5.7 a) linssin sisässä on oletettu olevan täysin pistemäinen valolähde, b):ssa taas valonlähteen halkaisija on 13.3% linssin halkaisijasta. Pistelähteellä käyrä koostuu kahdesta piikistä, eli valokeila muodostaisi renkaan, äärellisellä lähteellä taas näkyisi enemmän tai vähemmän kiekko. Sekä TE-että TM-polaroituneelle valolle on omat intensiteettikuvaajansa, näiden perusteella on voitu laskea polarisaatioasteen riippuvuus kulmasta. Keskellä valaistua aluetta polarisaatioaste on matala, mutta himmeämmillä hajavalon alueilla se nousee. Kuvassa näkyvät selvästi myös linssissä tapahtuneista kokonaisheijastuksista syntyneet sivumaksimit 60° :n paikkeilla, joissa polarisaatioaste myös nousee voimakkaasti. Kuvaaajissa näkyvät sahalaitaisuudet johtuvat mallinnuksen satunnaisesta vaihtelusta, simulaatiossa äärellinen joukko mallinnussäteitä lähetettiin satunnaisesti suuntiin ja äärellisen kokoisen lähteen tapauksessa satunnaisesta pisteestä lähdeettä. Mitä suurempaa määrää säteitä käytettäisiin, sitä tasaisempi kuvaaja olisi tuloksena.

Tavallisesti LED-kide on sijoitettu linssin sisässä metalliseen heijastuskuppiin kuten kuvassa 2.2 b). Tätä oltaisiin voitu simuloida varsin helposti, jos kupin pinta olisi oletettu peiliheijastavaksi. Todellisuudessa metallin pinta on kuitenkin varsin karhea ja se lähinnä sirottaa valoa. Tämän mallintaminen tarkasti olisi huomattavasti hankalampaa. Tästä syystä kuppi jätettiin tarkemmin simuloimatta, ja tyydyttiin ajattelemaan LED-kide ja heijastin yhdessä tasomaiseksi lähteeksi, kuten kuvassa 5.7 b) on tehty.

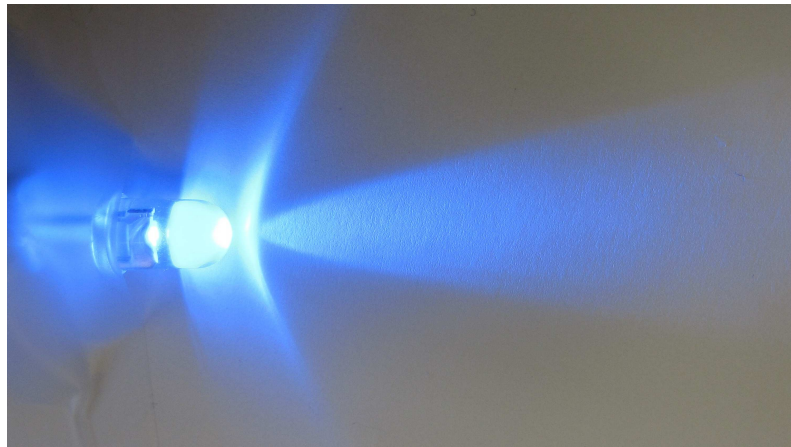


Kuva 5.7: LED:n linssin tuottama säteilyintensiteetti TE- ja TM-polaroituneelle valolle, sekä näistä laskettu polarisaatioaste, kuva a) kun linssin sisällä oleva LED-kide on ajateltu täysin pistemäiseksi lähteeksi, ja b) kun kyseessä on äärellisen kokoinen lähde, jonka leveys on 0.2 yksikköä. Muut parametrit: $n_1 = 1.5$, $n_2 = 1.0$, $r = 1.5$, $\epsilon = 1$, $z_{\text{start}} = -3.3$

Kuva 5.8 puolestaan esittää LED:n valokeilan etenemistä, samoin sädeoptiikalla mallinnettuna. Tämä vastaa hyvin todellisesta LED:stä nähtyä, myös kokonaisuheijastusten aiheuttamat sivumaksimit näkyvät selvästi. Vasemmalla on 5.7 a):ta vastaava pistelähteen valokeila, oikealla 5.7 b):n äärellisen kokoista lähdettä vastaava. Tässäkin kuvassa pistelähde saa aikaan huomattavasti teräväpiirteisemmän valaistuksen. Akseleilla käytetyt mittayksiköt voidaan skaalata mielivaltaisiksi, koska säteenjäljityssimulaatiossa valon aaltoluonne on jätetty huomitta. Kuvassa 5.9 on valkoista paperia vasten otettu valokuva tyypillisen sinisen tutkitun kaltaisella kupolinssillä varustetun LED:n tuottamasta valokuvioista. Kuten nähdään tämä on hyvin lähellä simuloituja.



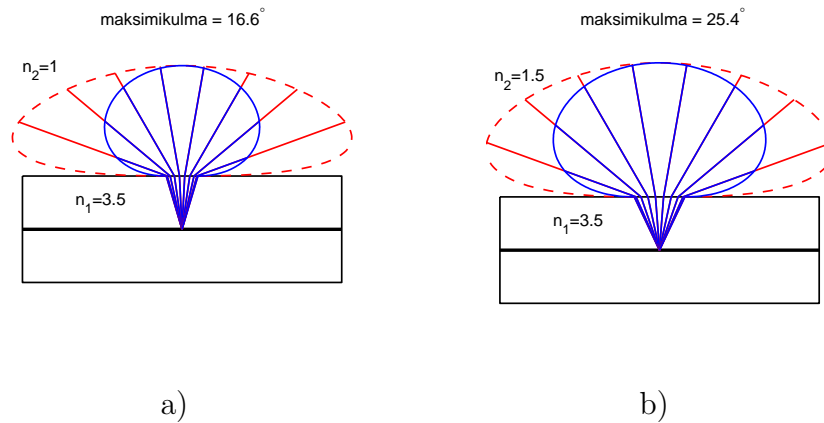
Kuva 5.8: LED:n sädeoptiikalla mallinnettu valokeila, a) pistelähteelle ja b) äärelliselle lähteelle. Samat parametrit kuin kuvassa 5.7.



Kuva 5.9: Valokuva LED:n linssin tuottamasta valokuvioista.

Näissä simulaatioissa on oletettu puolijohdekiteestä linssiin tulevan valon intensiteetin riippuvan kulmasta kaavan $I = \cos \theta$ mukaan. Eli LED on oletettu Lambertin lähteeksi, jonka valo on polaroimatonta.

Toisaalta jos LED:n kiteen yläpinta oletetaan tasaiseksi, ja puolijohdemateriaalin taitekertoimen korkeammaksi kuin ulkopuolella oleva esimerkiksi $n_1 = 3.5$ ja $n_2 = 1.0$, on suuriin kulmiin säteilevä valo varsin polaroitunutta. Tämä johtuu Fresnelin ker-toimista (4.36)–(4.40). Kiteen sisällä suuri osa alunperin polaroimattomasta valosta kokonaisuudessaan, mutta Brewsterin kulmassa kaikki TM-polaroitunut valo pääsee rajapinnan läpi. Esimerkit näistä tapauksista on kuvien 5.13 ja 5.14 ensimmäisissä alikuvissa.



Kuva 5.10: Vain osa valosta pääsee ulos puolijohdekiteestä. TM-polarisaatio punaisella katkoviivalla ja TE- sinisellä.

Kuva 5.10 havainnollistaa kuinka pienessä kulmassa valo pääsee ulos puolijohdekiteistä. Asettamalla kiteen eteen korkeamman taitekertoimen linssi kulma kasvaa, samalla myös ulos pääsevän valon polarisaatioaste laskee.

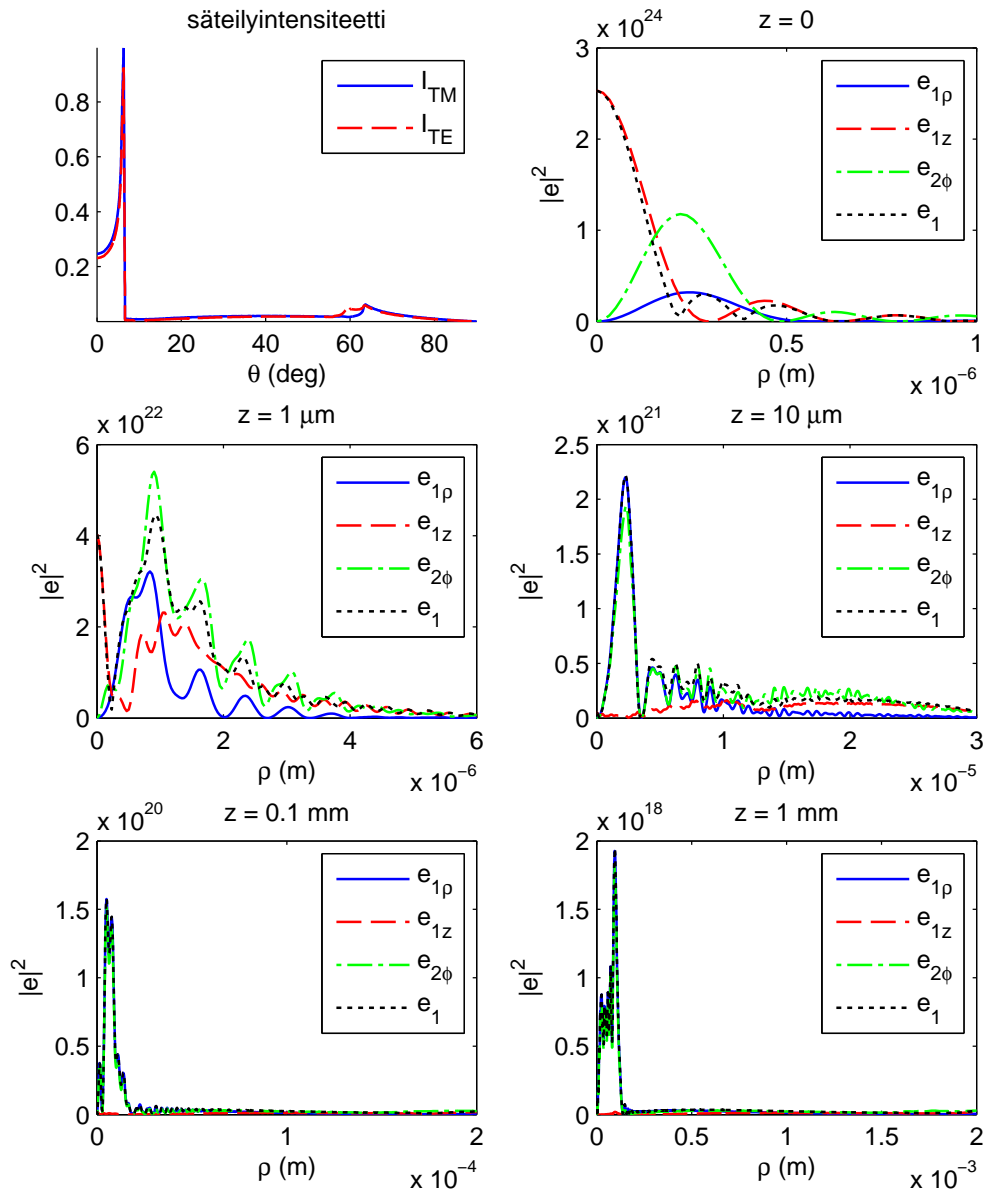
5.2.2 Lasketut elementaarimoodit

Kun valolähteen kaukokentän intensiteetti ja polarisaatioaste tunnetaan, voidaan lähdeä vastaavat elementaarimoodit laskea. Kuvat 5.11–5.14 esittävät eritavoilla mallinnettujen LED-valolähteiden elementaarimoodien komponenttien intensiteettiä paikkakoordinaatin lähtötasoon otetun radiaalisen projektion ρ funktiona, erilaisilla

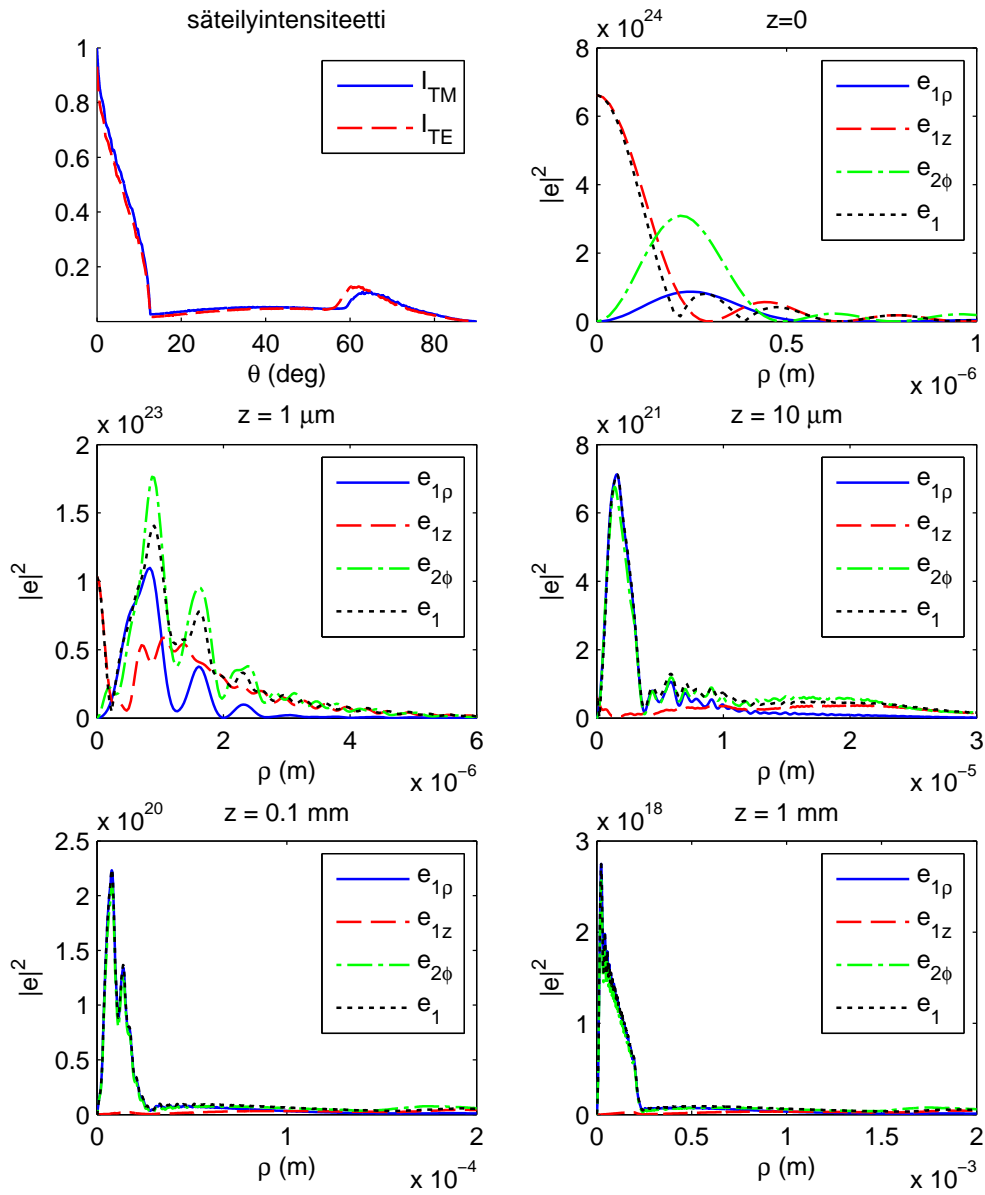
etenemismatkan z -arvoilla välillä $z = 0$ ja $z = 1$ mm. Kuvaajista selviää siis kuinka elementaarimoodit leviävät ja kuinka niiden muoto muuttuu edetessä. Laskuissa aallonpituudeksi on asetettu 633 nm. Kuvissa on piirretty kaavoilla (3.35)–(3.37) laskettuja käyriä elementaarimoodien intensiteeteille: $|e_{1\rho}|^2$, $|e_{1z}|^2$, $|e_{2\phi}|^2 = |\mathbf{e}_2|^2$ ja $|\mathbf{e}_1|^2 = |\sqrt{e_{1\rho}^2 + e_{1z}^2}|^2$. Näistä $e_{1\rho}$ tarkoittaa lähtötason suuntaista radiaalista komponenttia, e_{1z} on optisen akselin suuntainen komponentti ja $e_{2\phi}$ atsimutaalinen komponentti.

Huomataan että linssillä aikaansaadun suuntautuneen valokeilan edenneet elementaarimoodit ovat kapeampia kuin ilman linssiä olevan LED:n laajalle leviävän valokeilan moodi, ja edetessään elementaarimoodit alkavat lähestyä vastaavan säteilyintensiteetin muotoa. Lisäksi kaukokentän ollessa polaroitumaton molempien elementaarimoodien \mathbf{e}_1 ja \mathbf{e}_2 itseisarvot lähenevät toisiaan, ja riittävän kaukana lähteestä ovat samat (kuva 5.13, vihreä piste-viiva-käyrä, ja musta piste-käyrä). Osittain polaroituneelle lähteelle ne pysyvät erillään (kuva 5.14). Siispä lähde, jonka kaukokentän intensiteetti on mitattu polaroitumattomaksi, vastaavien kahden elementaarimoodin summa on myös polaroitumaton. Vastaavasti osittain polaroituneen kentän elementaarimoodit ovat osittain polaroituneita.

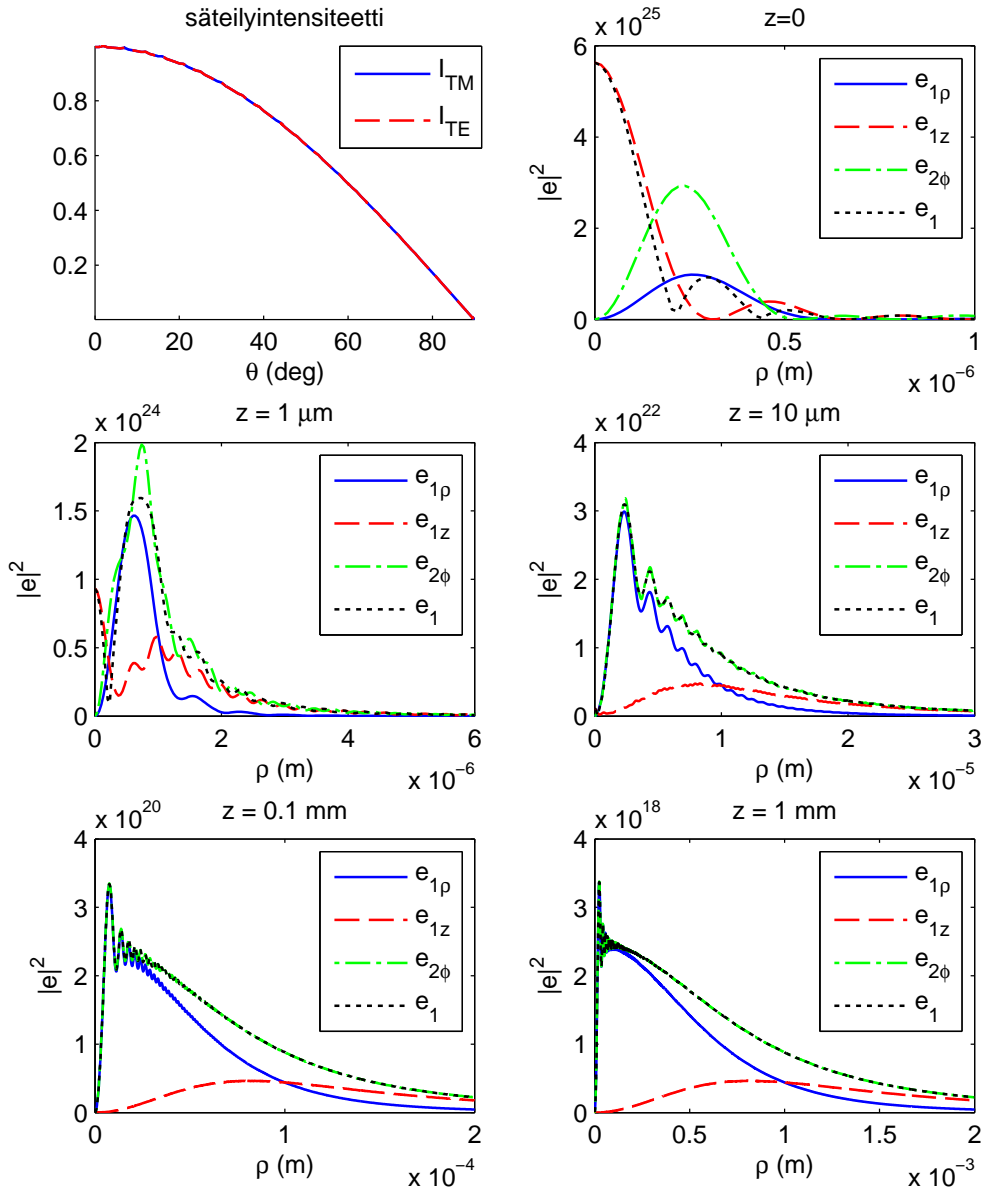
Elementaarimoodien numeerissa laskemisessa oli huomioitava, että kaavojen (3.35)–(3.37) integraaleja vastaavissa summalausekkeissa oli riittävästi termejä. Eli säteilyintensiteetistä oli otettava arvoja riittävän pienin välein, muuten suuremmilla z :n arvoilla kuvaajiin syntyi epämääräistä numeerista häiriötä varsinkin suuremmille ρ :n arvoille.



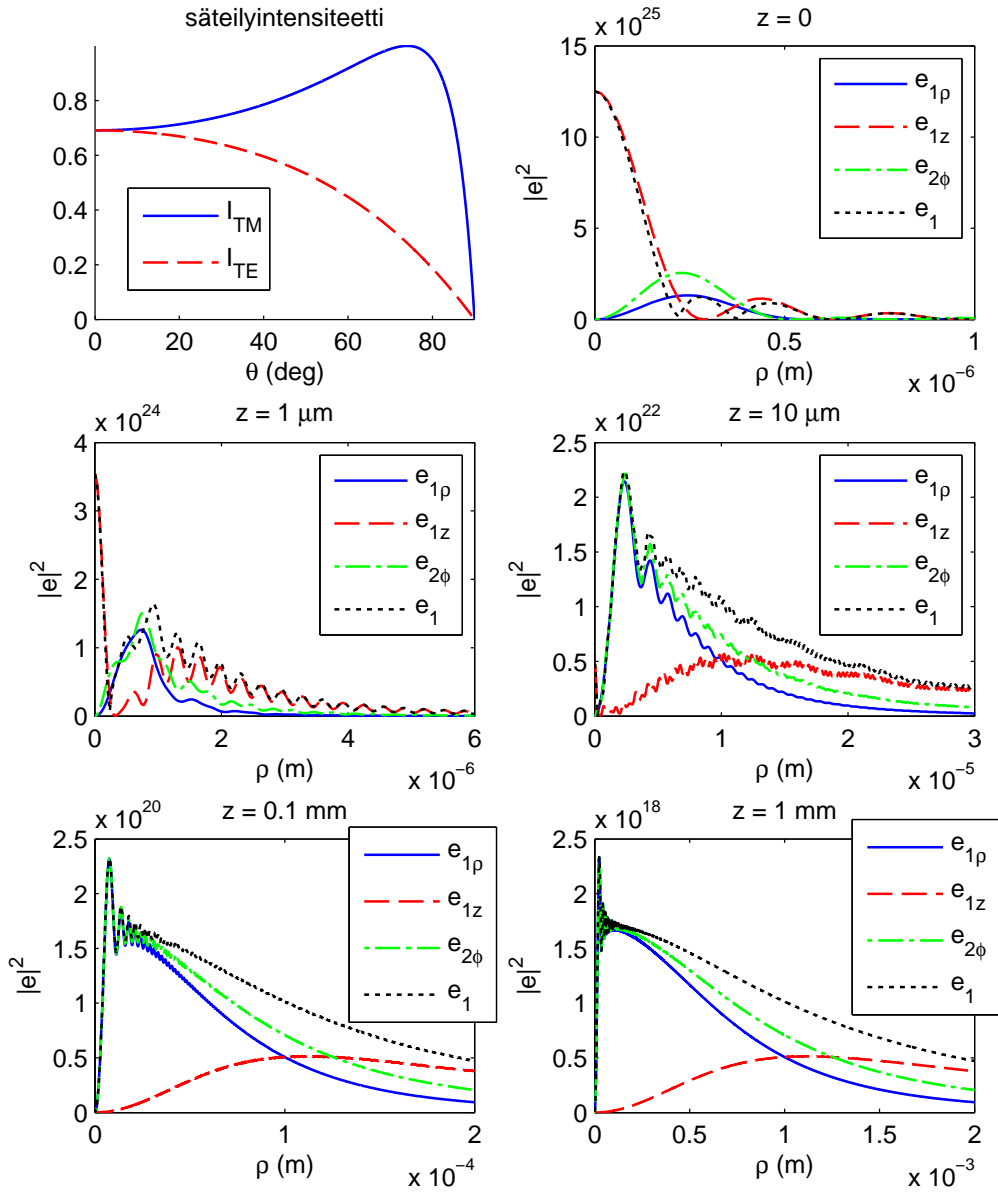
Kuva 5.11: LED:n linssin elementaarimoodit pistelähteelle.



Kuva 5.12: Ledin linssin elementaarimoodit äärellisen kokoiselle lähteelle.



Kuva 5.13: Elementaarimoodit ilman linssiä olevalle LED:lle, jonka säteilyintensiteetti on oletettu Lambertin lähteen mukaiseksi ja polaroitumattomaksi.



Kuva 5.14: Elementaarimoodit ilman linssiä olevalle LED:lle, jonka säteilyintensiteetti on osittain polaroitunut Fresnelin kertoimien mukaisesti.

Tutkielmassa tarkasteltiin kahden tyyppisiin puolijohdevalolähteisiin, broad area - laserdiodeihin ja LED:hin, liittyviä moodeiksi kutsuttuja osakenttiä. Näissä kahdessa tapauksen moodeilla tarkoitettiin varsin eri asiaa.

Broad area -laserdiodeilla moodit olivat tapoja, joilla valo voi edetä ja vahvistua laserin resonaattorissa, joka oletettiin nyt yksinkertaiseksi suorakulmaiseksi laatikoksi. Moodit eroavat toisistaan taajuutensa ja kentän jakaumansa perusteella. Kyseiset arvot määräytyvät resonaattorin mittojen sekä taitekertoimen perusteella. Lisäksi käytetyille puolijohdemateriaaleille ominainen vahvistuskaista määrää, mitkä resonaattorissa mahdollisista moodeista todella esiintyvät. Moodirakenteen ajateltiin koostuvan resonaattorin pituuden määrittämisestä pitkittäisistä moodeista, jotka jakautuvat resonaattorin leveyden mukaisesti poikittäisiin moodeihin. Jokaisen moodin lähikentän intensiteetti oletettiin sinikäyräksi, jossa on poikittaisen moodin järjestysluvun mukainen määrä maksimeja. Edetessään vapaassa avaruudessa moodit muuttuvat pääasiassa kahdesta intensiteettiä koostuvaksi kaukokentäksi.

Simuloidut moodit vastasivat suhteellisen hyvin mitattuja, varsinkin moodien väliset aallonpituuserot ovat varsin lähellä simuloituja. Lähikentästä otetut kuvat ovat kuitenkin huomattavasti epämääräisempiä ja varsin epäsymmetrisiä verrattuna simuloituihin. Tämä johtunee siitä, että laseriodin resonaattori on monimutkaisempi kuin yksinkertainen laatikko. Se voi koostua useista kerroksista, kuten kvantti-kaivoista, ja erilaisilla pinnoitteilla voi olla oma vaikutuksensa. Lisäksi materiaalin epätäydellisyydet ja vaihtelut taitekertoimissa muuttavat kenttää, sekä kenttä itse voi vaikuttaa epälineaaristen ilmiöiden kautta materiaalin ominaisuuksiin.

LED:ien yhteydessä moodin käsite on abstraktimpi, eikä elementaarimoodeilla

ole välttämättä ensisilmäykseltä ilmiselvää yhteyttä valolähteeseen. Summaamalla elementaarimooodeja eli koherentteja, mutta keskenään korreloimattomia ja toistensa suhteen siirrettyjä kenttiä, ja painottamalla niitä sopivasti, voidaan osittain koherentin lähteen kenttäjakaumaa ja koherenssiominaisuuksia tutkia kentän edettyä halutun matkan. Tämä mahdollistaa kentän mallintamisen, kun se muuten vaatisi liian suurta määrää tallennuskapasiteettia ja laskutehoa.

Elementaarimoodimenetelmää sovellettiin LED:ien ja niiden yhteyteen liitettyjen linssien tuottamiin säteilykuvioihin. Säteenjäljityksen avulla simuloitiin LED:ien kaukokenttään tuottamia intensiteettijakaumia, joissa oli huomioitu myös Fresnelin kertoimista aiheutuva osittainen polarisaatio. Simulaatioita vastaavat intensiteetti- ja polarisaatiomittaukset eri kulmissa olisivat toteutettavissa myös käytännössä goniometrisella anturilla. Sähkömagneettisille vektorikentille johdettua elementaarimoodimenetelmää käyttämällä kaukokenttädatasta laskettiin kutakin lähdeettä vastaavat elementaarimoodit eri etäisyyksillä lähteestä. Kuten oli oletettavissa, edessään elementaarimoodit alkoivat muistuttaa alkuperäistä kaukokenttäjakaumaa.

Tutkimuksessa esitettiin vain yksi laserdiodin moodeille tehty mittausta. Jatkotutkimuksia varten olisi mielenkiintoista mitata esimerkiksi diodin käyttövirran vaikutuksia moodirakenteeseen, sekä verrata kuinka erimallisten laserdiodien ja saman mallin eri yksilöiden moodijakaumat eroavat toisistaan. Lisäksi tutkielmassa osassa tyydyttiin mallintamaan yksittäisen elementaarimoodin etenemistä. Seuraava askel olisi summata siirrettyjä elementaarimooodeja yhteen, ja näin mallintaa valonlähteen intensiteettiä ja koherenssia lähtötasossa ja edenneelle kentälle. Tämä jätetään kuitenkin jatkotutkimusten aiheeksi.

- [1] N. Zheludev, “The life and times of the LED — a 100-year history,” *Nat. Photonics* **1**, 189–192 (2007).
- [2] R. D. Dupuis and M. R. Krames, “History, development, and applications of high-brightness visible light-emitting diodes,” *J. Lightwave Technol.* **26**, 1154–1171 (2008).
- [3] R. N. Hall, G. E. Fenner, J. D. Kingsley, T. J. Soltys, and R. O. Carlson, “Coherent light emission from GaAs junctions,” *Phys. Rev. Lett.* **9**, 366–368 (1962).
- [4] M. I. Nathan, W. Dumke, G. Burns, F. H. Dill, and G. Lasher, “Stimulated emission of radiation from GaAs p-n junction,” *Appl. Phys. Lett.* **1**, 62–64 (1962).
- [5] N. Holonyak and S. F. Bevacqua, “Coherent (visible) light emission from Ga(As_{1-x}P_x) junction,” *Appl. Phys. Lett.* **1**, 82–83 (1962).
- [6] T. M. Quist, R. H. Rediker, R. J. Keyes, W. E. Krag, B. Lax, A. L. McWhorter, and H. J. Zeigler, “Semiconductor maser of GaAs,” *Appl. Phys. Lett.* **1**, 91–92 (1962).
- [7] D. F. Welch, “A brief history of high-power semiconductor lasers,” *IEEE J. Sel. Top. Quant.* **6**, 1470–1477 (2000).

- [8] N. Stelmakh, “Harnessing multimode broad-area laser-diode emission into a single-lobe diffraction-limited spot,” *IEEE Photon. Technol. Lett.* **19**, 1392–1394 (2007).
- [9] N. Stelmakh and M. Vasilyev, “Mode Harnessing for Laser Diodes,” *Optics and Photonics News* **21**, 20–25 (2010).
- [10] F. Gori and C. Palma, “Partially coherent sources which give rise to highly directional fields,” *Opt. Commun.* **27**, 185–187 (1978).
- [11] P. Vahimaa and J. Turunen, “Finite-elementary-source model for partially coherent radiation,” *Opt. Express* **14**, 1376–1381 (2006).
- [12] P. Vahimaa and J. Turunen, “Independent-elementary-pulse representation for non-stationary fields,” *Opt. Express* **14**, 5007–5012 (2006).
- [13] J. Turunen and P. Vahimaa, “Independent-elementary-field model for three-dimensional spatially partially coherent sources,” *Opt. Express* **16**, 6433–6442 (2008).
- [14] J. Tervo, J. Turunen, P. Vahimaa, and F. Wyrowski, “Shifted-elementary-mode representation for partially coherent vectorial fields,” *J. Opt. Soc. Am. A* **27**, 2004–2014 (2010).
- [15] J. Turunen, “Elementary-field representations in partially coherent optics,” *J. Mod. Opt.* **58**, 509–527 (2011).
- [16] H. Zappe, *Laser Diode Microsystems* (Springer-Verlag, Berlin and Heidelberg, 2003).
- [17] B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics* (Wiley, New York, 2007).
- [18] URL: [http://commons.wikimedia.org/wiki/File:LED,_5mm,_green_\(unlabelled\).svg](http://commons.wikimedia.org/wiki/File:LED,_5mm,_green_(unlabelled).svg) (valid 31.5.2011).
- [19] E. Wolf, “New theory of partial coherence in the space-frequency domain. Part I: spectra and cross spectra of steady-state sources,” *J. Opt. Soc. Am.* **72**, 343–351 (1982).

- [20] A. C. Schell, "A technique for the determination of the radiation pattern of a partially coherent source," *IEEE Trans. Antennas Propag.* **AP-15**, 187–188 (1967).
- [21] L. Mandel and E. Wolf, *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [22] URL: <http://mathworld.wolfram.com/BesselFunctionoftheFirstKind.html> (valid 31.5.2011).
- [23] X. Zeng, C. Liang, and Y. An, "Far-field radiation of planar Gaussian sources and comparison with solutions based on the parabolic approximation," *Appl. Opt.* **36**, 2042–2047 (1997).
- [24] K. Duan and B. Lü, "Far-field properties of non-paraxial elliptical Gaussian beams," *Opt. Quant. Electron.* **35**, 179–187 (2003).
- [25] A. Siegman, "New developments in laser resonators," Proc. SPIE 1224, 2 (1990).
- [26] "ISO Standard 11146: Lasers and laser-related equipment – Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios," (2005).
- [27] URL: <http://www.rp-photonics.com> (valid 31.5.2011).
- [28] N. Stelmakh and M. Flowers, "Measurement of spatial modes of broad-area diode Lasers with 1-GHz resolution grating spectrometer," *IEEE Photon. Technol. Lett.* **18**, 1618–1620 (2006).
- [29] URL: <http://www.spectrogon.com/gratpropert.html> (valid 31.5.2011).
- [30] C. Palmer, *Diffraction Grating Handbook, 6th edition* (Newport Corporation, 2005).
- [31] S. Fernandes, *Spatially resolving spectrometer for characterisation of broad-area laser diodes* (University of Texas at Arlington, 2007).
- [32] G. H. Spencer and M. V. R. K. Murty, "General ray-tracing procedure," *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 672–676 (1962).

- [33] O. E. Martinez, “Matrix formalism for pulse compressors,” *IEEE J. Quantum Electron.* **24**, 2530–2536 (1988).
- [34] A. S. Glassner, *Introduction to Ray Tracing* (Morgan Kaufmann, San Francisco, 1989).
- [35] laserdiodin datalehti URL: http://www.eagleyard.com/uploads/tx_tdoproductstorage/EYP-BAL-0670-01500-1510-CMT02-0000.pdf (valid 31.5.2011).
- [36] URL: http://www.rp-photonics.com/laser_safety.html (valid 31.5.2011).
- [37] K. Siomos, “Common sense laser safety,” *Laser. Med. Sci.* **4**, 215–228 (1989).
- [38] R. J. Lang, A. G. Larsson, and J. G. Cody, “Lateral modes of broad area semiconductor lasers: theory and experiment,” *IEEE J. Quantum Electron.* **27**, 312–320 (1991).