Ultraäänikentän rekonstruktio Schlierentomografiassa

Jenni Tick
Pro gradu tutkielma
Fysiikan koulutusohjelma
Itä-Suomen yliopisto, Sovelletun fysiikan laitos
13. marraskuuta 2014

ITÄ-SUOMEN YLIOPISTO, Luonnontieteiden ja metsätieteiden tiedekunta
Fysiikan koulutusohjelma, lääketieteellinen fysiikka
TICK JENNI: Ultraäänikentän rekonstruktio Schlierentomografiassa
Pro gradu tutkielma, 32 sivua
Tutkielman ohjaajat:
FT Aki Pulkkinen
FM Jarkko Leskinen
FT Tanja Tarvainen
Marraskuu 2014

AVAINSANAT: ultraäänilähteiden karakterisointi, ultraäänikentän rekonstruktio, Schlierenkuvantaminen, käänteisongelma

Ultraääntä hyödynnetään niin lääketieteessä kuin teollisuudessa, esimerkiksi kuvantamisessa ja laadunvalvonnassa. Jotta ultraääntä voitaisiin hyödyntää turvallisesti ja luotettavasti, tulee ultraäänilähteiden akustisen ulostulon olla hyvin karakterisoitu. Yleensä ultraäänikenttien karakterisointi tehdään hydrofonimittauksilla. Hydrofonimittauksilla saadaan kvantitatiivista tietoa ultraäänilähteiden tuottamasta painekentästä, mutta ne ovat invasiivisia ja hitaita, erityisesti kaksi- tai kolmiulotteisten painekenttien määrittämisen tapauksessa. Eräs menetelmä, jolla voidaan saada hydrofonimittausta vastaava kvalitatiivinen tieto mutta nopeammin, on Schlierenkuvantaminen. Schlierenkuvantaminen perustuu akusto-optiseen ilmiöön ja sillä saadaan muodostettua projektiokuva (Schlierenkuva) akustisesta kentästä hyvin nopeasti.

Tutkielman teoriaosiossa esitetään Schlierenkuvantamiseen liittyvää teoriaa ja Schlierentomogafiassa syntyvän käänteisongelman ratkaisumenetelmiä. Tutkielmassa tehtiin erilaisia hydrofoni- ja Schlierenmittauksia fokusoivalle ja tasoultraäänilähteelle. Lisäksi tutkielmassa rekonstruoitiin ultraäänilähteiden tuottamat painekentät Schlierenkuvien perusteella. Rekonstruktiomenetelminä käytettiin yleisesti käytettyä käänteis Radon-muunnosta sekä Tikhonov-regularisointia ja painekentän Fourier-kanta esitykseen perustuvaa lähestymistapaa. Tulokset osoittavat, että kaikilla rekonstruktiomenetelmillä saadut rekonstruktiot ovat samankaltaisia hydrofonimittauksen ja teoreettisen Rayleigh-integraalilla lasketun painekentän kanssa. Lisäksi Tikhonov-regularisoinnillla ja Fourier-kanta lähestymistavalla saadaan käänteis Radon-muunnosta vastaavia tai jopa hieman parempia rekonstruktioita.

Sisältö

1 Johdanto **4**

2 Schlierenkuvantaminen ja -tomografia **6**
2.1 Teoria 6
2.2 Schlierentomografia 9

3 Schlierentomografian käänteisongelmamenetelmät **10**
3.1 Radon-muunnos 10
3.2 Tikhonov-regularisointi 11
3.3 Fourier-kanta 11

4 Mittaukset **13**
4.1 Hydrofonimittaukset 13
4.2 Schlierenmittaukset 15

5 Tulokset **17**
5.1 Lineaarisuusmittaus 17
5.2 Aksiaalimittaus 18
5.3 Rekonstruktiot 19

6 Pohdinta **28**

Viitteet **30**

1 Johdanto

Ultraääni on mekaanisesti etenevää aaltoliikettä, jonka taajuus on korkeampi kuin 20 kHz [8,42]. Ultraääntä hyödynnetään niin lääketieteessä kuin teollisuudessakin. Lääketieteessä ultraääntä voidaan soveltaa sekä kuvantamiseen että terapiaan [10,17,22,43,44,47]. Teollisuudessa ultraääntä hyödynnetään esimerkiksi materiaalitestauksessa, laadunvalvonnassa ja työvälineenä teollisuuden prosesseissa, kuten sekoittuminen [3, 16, 46].

Ultraäänen turvallinen ja tehokas hyödyntäminen edellyttää ultraäänilähteiden tuottamien ultraäänikenttien karakterisointia [42]. Karakterisoinnilla varmistetaan, että ultraäänilähteen tuottaman painekentän muoto ja suuruus on sen käyttökohteen tarpeiden ja vaatimusten mukainen. Tyypillisesti ultraäänilähteiden karakterisointi tehdään hydrofonimittauksilla [15,33,42]. Hydrofoni on pieni, nykyisin yleisesti pietsosähköisestä PVDF-kalvosta valmistettu, veden alla toimimaan suunniteltu äänen painetta mittaava mikrofoni. Hydrofonien rakenteellisia päätyyppejä ovat neula- ja kalvohydrofonit. Hydrofonimittauksilla saadaan tietoa ultraäänilähteen tuottaman painekentän suuruudesta ajan funktiona ns. aaltomuotona. Tyypillisesti hydrofonimittauksista tarkasteltavia akustisia parametreja ovat erilaiset paineen ja intensiteetin arvot kuten positiivinen ja negatiivinen paineen huippuarvo, erilaiset ajan ja paikan suhteen määritellyt intensiteetin arvot, akustinen teho ja kentän spatiaalinen leveys [15,33,42].

Vaikka hydrofonimittauksella saadaan kvantitatiivista tietoa ultraäänen tuottamasta painekentästä, liittyy sen käyttöön useita ongelmia [7, 15, 33]. Ensinnäkin hydrofonimittaus on invasiivinen mittausmenetelmä ja hydrofoni häiritsee mitattavaa painekenttää sirottamalla tai heijastamalla osan hydrofonille tulevasta ultraäänestä. Lisäksi hydrofonin ja ultraäänilähteen välille voi syntyä seisovia aaltoja, jotka vääristävät mitattavaa painekenttää, varsinkin jos käytetään jatkuva-aaltoista ultraäänilähdettä [18]. Pietsosähköiset hydrofonit ovat herkkiä mittausvälineitä eivätkä kestä voimakasta mekaanista rasitusta, lämpötilan nousua ja kavitaation aiheuttamia vaurioita. Lisäksi ne ovat alttiita ulkoisille sähköisile häiriöille. Optisilla kuituhydrofoneilla näitä ongelmia voidaan ehkäistä [25]. Hydrofonin suuntaherkkyyden takia hydrofonimittaukset voivat olla myös epätarkkoja mitattaessa ultraäänilähteen akustisen akselin ulkopuolella. Lisäksi hydrofonilla on äärellinen koko (halkaisija on tyypillisesti 0.2-1.0 mm [32]), joten hydrofonimittauksissa tapahtuu paikkakeskiarvoistumista. Tämä on erittäin merkittävää tarkasteltaessa ultraäänikenttiä, joilla on pieni fokus tai suuri taajuus. Hydrofonimittaus on myös erittäin aikaavievä, koska mittaus tulee suorittaa kentän jokaisessa pisteessä ja hydrofoni on mekaanisesti siirrettävä mittapisteestä toiseen.

Eräs menetelmä ultraäänikenttien nopeampaan karakterisointiin on Schlierenkuvantaminen. Schlierenkuvantaminen perustuu akusto-optiseen ilmiöön ja sillä on mahdollista muodostaa projektiokuva ultraäänikentän muodosta hyvin nopeasti [5, 7, 41]. Tätä projektiokuvaa kutsutaan Schlierenkuvaksi. Tekemällä mittauksia eri puolilta ultraäänikenttää, eli suorittamalla tomografinen mittaus, voidaan ultraäänen tuottamasta painekentästä rekonstruoida kolmiulotteinen kuva laskennallisin menetelmin. Yleensä rekonstruktion muodostukseen käytetään käänteis Radon-muunnosta [5,28,31,39,41]. Käänteis Radon-muunnoksen heikkouksiin kuuluu sen jatkuvuusoletukset ja huonokuntoisuus, mikä johtuu siitä, että diskreetissä tapauksessa Radon-muunnoksella ei ole eksaktia käänteismuunnosta [9]. Tällöin kohina ja äärellinen määrä projektiokulmia voivat helposti johtaa virheisiin rekonstruoidussa kuvassa.

Tämän tutkielman tarkoituksena on selvittää voidaanko kehittyneemmillä käänteisongelmien ratkaisumenetelmillä saada parempia rekonstruktioita kuin käänteis Radon-muunnoksella. Tutkielmassa rekonstruoidaan fokusoivan ja tasoultraäänilähteen tuottamat painekentät Schlierenkuvista käyttäen käänteis Radon-muunnosta, Tikhonov-regularisointia ja painekentän Fourier-kanta esitykseen perustuvaa lähestymistapaa. Saatuja rekonstruktioita verrataan hydrofonimittauksesta saatuun ja teoreettisesti Rayleigh-integraalilla laskettuun painekenttään.

Tutkielma koostuu seuraavista luvuista. Luvussa 2 on selitetty Schlierenkuvantamisen ja -tomografian taustalla oleva teoria lähtien tutkielmassa käytetystä mittalaitteesta. Luvussa 3 on esitelty menetelmät, joita käytetään Schlierentomografian käänteisongelman ratkaisussa. Luvussa 4 on esitetty tutkielmassa tehdyt mittaukset ja niissä käytetty laitteisto. Mittausten ja rekonstruktioiden perusteella saatuja tuloksia on esitetty luvussa 5. Luvussa 6 pohditaan saatuja tuloksia, Schlierenkuvantamisen vahvuuksia ja siihen liittyviä virhelähteitä, sekä esitetään tutkimuksen jatkoehdotuksia.

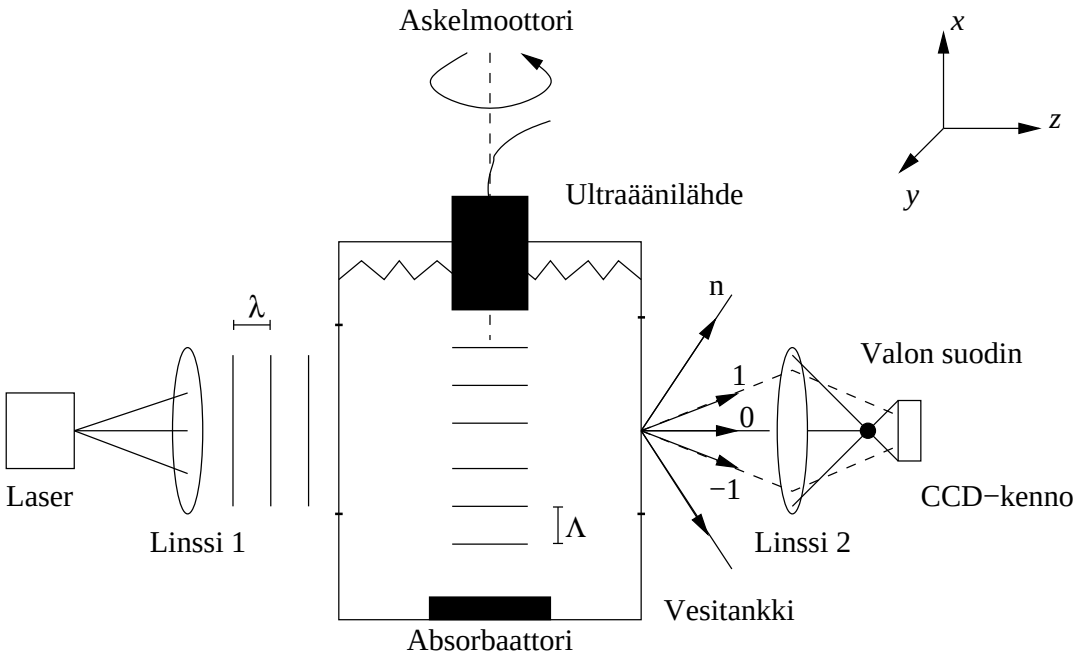
2 Schlierenkuvantaminen ja -tomografia

Schlierenkuvantaminen on menetelmä, jolla voidaan kuvantaa tiheydenmuutoksia läpinäkyvissä aineissa. Tässä tapauksessa Schlierenkuvantamisella viitataan nimenomaan ultraäänilähteen tuottaman painekentän kuvantamiseen. Perustan Schlierenkuvantamiselle luo akusto-optinen ilmiö. Akusto-optinen ilmiö kuvailee valon ja ultraäänen välisiä vuorovaikutuksia eli sitä kuinka ultraäänen muuttuvan painekentän aiheuttama väliaineen taitekertoimen muutos johtaa valon taittumiseen. Schlierenkuvantamisella saadaan projektiokuva ultraäänilähteen tuottamasta painekentästä. Tätä projektiokuvaa kutsutaan Schlierenkuvaksi. Tässä luvussa on esitetty Schlierenkuvantamisen ja -tomografian periaate pohjautuen tutkielmassa käytettyyn mittalaitteistoon. Yleisemmin Schlierenkuvantamisen teoriaa on käsitelty viitteissä [23, 24, 27, 35–38].

2.1 Teoria

Tarkastellaan kuvan 1 mukaista mittaustilannetta. Tarkasteltava ultraäänilähde, jota voidaan pyörittää askelmoottorilla, sijaitsee vesitankissa. Vesitankin pohjalla on absorbaattori, jonka tarkoituksena on estää ultraäänen takaisinheijastuminen. Ennalta määrätty aika ultraäänen lähettämisen jälkeen ultraäänikenttään ohjataan laservaloa, joka on muutettu linssin 1 avulla tasoaalloksi. Aikaviive määrittelee Schlierenkuvan ottohetken. Kulkiessaan ultraäänikentän läpi valo taittuu ja sen vaihe muuttuu ultraäänen veteen aiheuttaman taitekertoimen muutoksen takia. Taittuneet, vaihesiirtyneet valonsäteet fokusoidaan CCD-kennolle linssin 2 avulla. CCD-kennolle muodostuu Schlierenkuva. Valon suodin estää taittumattoman valon pääsyn CCD-kennolle ja se on sijoitettu linssin 2 fokukseen.

Ultraäänen kulmataajuus on ω_s, aallonpituus Λ ja aaltolukuvektori $\boldsymbol{k}_s = (k_{s,x}, k_{s,y}, k_{s,z})$,



Kuva 1: Schlierenkuvantamisen periaate.

missä $k_{s,x}$, $k_{s,y}$ ja $k_{s,z}$ ovat aaltolukuvektorin $\boldsymbol{k}_s$ suuruus x-, y- ja z-akselin suuntaan. Ultraääni etenee negatiivisen x-akselin suuntaan, joten $k_{s,y}$ ja $k_{s,z}$ ovat likipitäen nollia. Lisäksi aaltolukuvektorille $\boldsymbol{k}_s$ pätee $\|\boldsymbol{k}_s\| = k_s$, missä $\|\cdot\|$ tarkoittaa euklidista normia ja k_s on ultraäänen aaltoluku. Ultraääni aiheuttaa väliaineeseen jaksollisen tiheyden muutoksen ja siten muuttaa väliaineen taitekerrointa. Ultraäänikentässä taitekerroin voidaan kirjoittaa muodossa

$$n(x, y, z, t) = n_0 + \delta n(x, y, z, t), \tag{1}$$

missä n_0 on väliaineen taitekerroin ja $\delta n(x, y, z, t)$ on pieni paikallinen muutos taitekertoimessa, joka on jaksollinen ultraäänen kanssa. Ultraäänikenttää valaistaan kohtisuorasti laserista tulevalla monokromaattisella valolla, jonka kulmatajuus on ω, aallonpituus λ ja aaltolukuvektori $\boldsymbol{k} = (k_x, k_y, k_z)$, missä k_x, k_y ja k_z ovat aaltolukuvektorin $\boldsymbol{k}$ suuruus x-, y- ja z-akselin suuntaan. Valo etenee z-akselin suuntaan, joten k_x ja k_y ovat likipitäen nollia. Lisäksi aaltolukuvektorille $\boldsymbol{k}$ pätee $\|\boldsymbol{k}\| = k$, missä k on valon aaltoluku. Valon etenemistä väliaineessa voidaan kuvata sähkömagneettisella aaltoyhtälöllä [12]

$$\nabla^2 E = \frac{[n(x, y, z, t)]^2}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \tag{2}$$

missä E on sähkökentän voimakkuus ja c on valonnopeus tyhjiössä. Ultraäänikentässä valo kulkee väliaineessa eri nopeudella eri kohdissa johtuen taitekertoimen muutoksesta. Tämä aiheuttaa valon taittumista ja vaihesiirtymää. Vaihesiirtyneen valon sähkökentän voimakkuus on [23, 24]

$$E = \sum_{q=-\infty}^{\infty} J_q(v) e^{i[(\omega + q\omega_s)t - \boldsymbol{k}_q \cdot \boldsymbol{r}]}, \tag{3}$$

missä J_q on q:nnen kertaluvun ensimmäisen lajin Besselin funktio, v on vaihesiirtymä, $\boldsymbol{k}_q = n_0\boldsymbol{k} + q\boldsymbol{k}_s$ ja $\boldsymbol{r} = (x, y, z)$. Vaihesiirtymä on [4]

$$v(x, y, t) = k \int \delta n(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z, \tag{4}$$

missä integrointi tehdään z-akselin suuntaisesti. Taitekertoimen riippuvuus paineesta on [4, 31]

$$n(x, y, z, t) = n_0 + \kappa p(x, y, z, t) \tag{5}$$

missä κ on pietso-optinen kerroin [40], joten vaihesiirtymän ja paineen välille saadaan yhteys yhtälöistä (1), (4) ja (5)

$$v(x, y, t) = k\kappa \int p(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z. \tag{6}$$

Kokoavan linssin 2 avulla taittuneet valonsäteet kulkeutuvat CCD-kennolle, jonne syntyy diffraktiokuvio. Oltaessa Raman-Nath alueella, eli kun ultraäänen taajuus on matala, ultraäänikentän leveys ei ole liian suuri ja ultraäänen paine on pieni, on q:nnen diffraktiokertaluvun intensiteetti [38]

$$I_q(x, y, t) = J_q^2(v). \tag{7}$$

Mittauksissa käytetään valon suodinta, jolla estetään suoraan laserilta tulevan taittumattoman valon pääsy CCD-kennolle. Ensimmäisen kertaluvun diffraktion amplitudi on

muita kertalukuja huomattavasti voimakkaampi, jolloin CCD-kennolla havaittavaa intensiteettiä voidaan approksimoida [13]

$$I(x, y, t) = J_1^2(v). \tag{8}$$

Kun vaihesiirtymä v on pieni, voidaan ensimmäisen kertaluvun Besselin funktiota approksimoida $J_1(v) \approx v/2$, ja siten intensiteettiä voidaan edelleen approksimoida

$$I(x, y, t) = \left(\frac{v}{2}\right)^2 = \frac{v^2}{4}. \tag{9}$$

Kun yhtälöön (9) sijoitetaan yhtälö (6), saadaan [13]

$$I(x, y, t) = \frac{\left(k\kappa \int p(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z\right)^2}{4} = C\left(\int p(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z\right)^2, \tag{10}$$

missä $C = (k\kappa)^2/4$ on vakio. Oltaessa kiinnostuneita vain ultraäänikentän muodosta eikä kvantitatiivisista arvoista riittää, kun tarkastellaan

$$\bar{I}(x, y, t) = \left(\int p(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z\right)^2. \tag{11}$$

Tässä tapauksessa painekentän määrittäminen olisi epälineaarinen käänteisongelma. Epälineaarinen ongelma voidaan kuitenkin linearisoida, jolloin päästään käyttämään yksinkertaisempia matemaattisia ja laskennallisia menetelmiä. Tässä tapauksessa linearisointi saavutetaan ottamalla yhtälöstä (11) neliöjuuri puolittain

$$\sqrt{\bar{I}(x, y, t)} = \left|\int p(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z\right|. \tag{12}$$

Mikäli oletetaan, että ultraäänikentän painejakauma on kuvannettavassa alueessa pääosin positiivinen tai negatiivinen voidaan itseisarvomerkinnästä luopua. Tällöin Schlierenkuvaan liittyvää havaintomallia (12) voidaan arvioida lineaarisesti

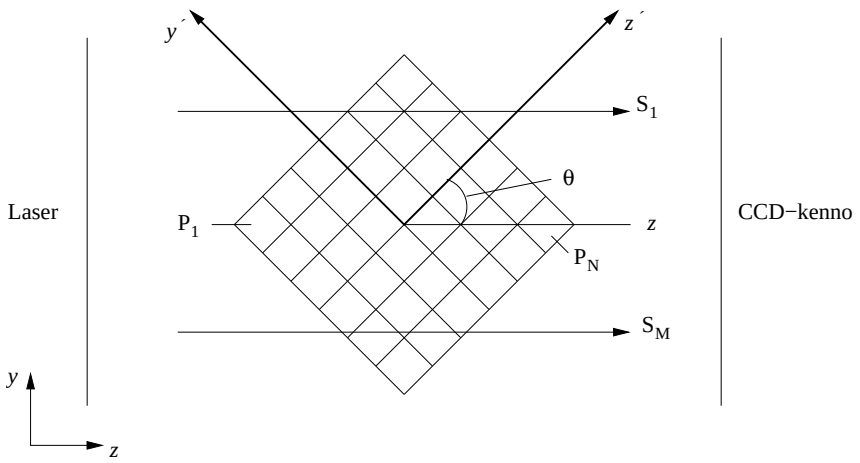
$$\sqrt{\bar{I}(x, y, t)} = \int p(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z. \tag{13}$$

Merkitään $U(x, y, t) = \sqrt{\bar{I}(x, y, t)}$, jolloin yhtälö (13) voidaan kirjoittaa muodossa

$$U(x, y, t) = \int p(x, y, z, t)\, \mathrm{d}z. \tag{14}$$

Määritetään ultraäänilähteen luoma painekenttä $P(x', y', z', t)$ sen omassa (lokaalisessa) koordinaatistossa (x', y', z'). Kuvan 1 mukaisessa mittausasetelmassa ultraäänilähdettä on pyöritetty askelmoottorilla ultraäänilähteen akustisen akselin ympäri johonkin kulmaan θ. Tällöin mittaustankissa vallitsee painekenttä $p(x, y, z, t)$, joka saadaan ultraäänilähteen lokaalisesta painekentästä käyttäen koordinaatistomuunnosta. Olkoon ultraäänilähteen pyöräytysakselin koordinaatiston x' ja mittaustankin koordinaatiston x päällekkäin, jolloin koordinaatistojen välille pätee

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y\cos\theta - z\sin\theta \\ y\sin\theta + z\cos\theta \end{pmatrix}. \tag{15}$$



Kuva 2: Diskretoitu painekenttä tasossa x.

Sijoittamalla P ja yhtälö (15) yhtälöön (14) saadaan

$$U(x,y,t) = \int P(x, y\cos\theta - z\sin\theta, y\sin\theta + z\cos\theta, t)\,\mathrm{d}z. \tag{16}$$

Edellä esitetty havaintomalli (16) on jatkuva, mutta käytännössä mittaukset ovat diskreettejä, joten havaintomalli on diskretoitava. Diskretoidaan painekenttä P ultraäänilähteen koordinaatistossa tasasivuisiin pikseleihin P_n, $n = 1 \ldots N$ siten, että pikselin keskipisteen koordinaatit ovat $(x_n^{'}, y_n^{'}, z_n^{'})$. Valonsäteet S_m, $m = 1 \ldots M$ kulkevat tasossa x kuvan 2 mukaisesti mittaustankin ja painekentän diskretoinnin läpi. Tällöin havaintomalli (16) voidaan esittää diskreetissä muodossa

$$U_\theta = L_\theta P, \tag{17}$$

missä U_θ on vektori, joka sisältää CCD-kennon havaitsemien valonsäteiden $S_1 \ldots S_M$ intensiteetin neliöjuuren, $P = (P_1, \ldots, P_N)^T$ on diskretoidun painekentän esitys ja L_θ on integrointimatriisi, joka koostuu pituuksista l_{mn}, jolla valonsäde S_m läpäisee pikselin P_n.

2.2 Schlierentomografia

Kuten yhtälöstä (13) nähdään, jokainen Schlierenkuva on projektio kolmiulotteisesta painekentästä. Schlierentomografiassa määritetään ultraäänilähteen tuottama painekenttä Schlierenkuvista. Tällöin havaintomalli esitetään muodossa

$$\begin{pmatrix} U_{\theta_1} \\ \vdots \\ U_{\theta_K} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{\theta_1} \\ \vdots \\ L_{\theta_K} \end{pmatrix} P, \tag{18}$$

missä $\theta_1 \ldots \theta_K$ vastaavat mittauskulmia. Havaintomalli (18) voidaan esittää lyhyemmin muodossa

$$\mathcal{U} = \mathcal{L}P. \tag{19}$$

Painejakauman määrittäminen Schlierenkuvista on käänteisongelma, jonka ratkaisuun käytetään laskennallisia menetelmiä.

3 Schlierentomografian käänteisongelmamenetelmät

Ultraäänen tuottaman painekentän määrittäminen Schlierenkuvien perusteella on käänteisongelma. Tässä luvussa esitetään kolme erilaista menetelmää tämän käänteisongelman ratkaisemiseksi. Ensimmäisenä on Radon-muunnos, jonka käänteismuunnosta käytetään yleisesti rekonstruktioiden muodostuksessa. Tämän jälkeen esitellään Tikhonov-regularisointiin ja painekentän Fourier-kanta esitykseen perustuvat lähestymistavat.

3.1 Radon-muunnos

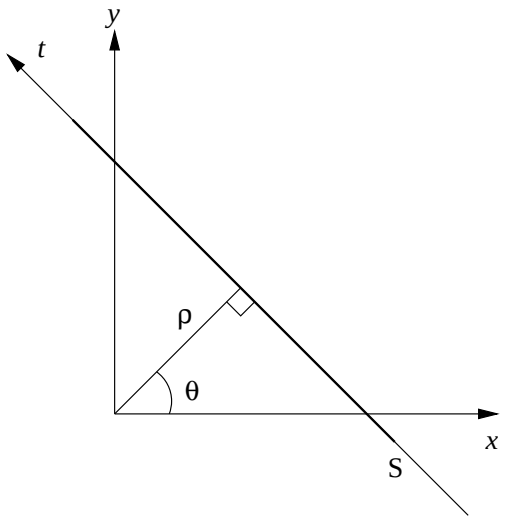
Schlierentomografiassa on tarkoituksena rekonstruoida funktio (painekenttä) sen viivaintegraalien (projektiokuvien) avulla. Ratkaisun tällaiseen ongelmaan tarjosi Johann Radon vuonna 1917 esittäessään teorian Radon-muunnokselle [34]. Radon-muunnoksen keksimisen jälkeen sitä on hyödynnetty useissa käytännön ongelmissa, jotka liittyvät rekonstruktioon projektioiden pohjalta [9].

Tarkastellaan kaksiulotteista tapausta. Olkoon $f(\boldsymbol{r}) = f(x, y)$ jatkuvasti differentioituva kompakti funktio tai jatkuvasti differentioituva ja nopeasti vähenevä funktio $\mathbb{R}^2$:ssa. Radon-muunnos $\hat{f}$ määritellään funktion f viivaintegraalina pitkin kaikkia tason suoria S, joita määrittelevät parametrit ρ ja θ siten, että ρ on lyhyin etäisyys origosta suoralle ja θ on kulma, joka muodostuu x-akselin ja ρ:n väliin (katso kuva 3). Radon-muunnos voidaan kirjoittaa muodossa [9]

$$\hat{f}(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\boldsymbol{r}) \, \mathrm{d}S = \int_{-\infty}^{\infty} f(\rho \cos\theta - t \sin\theta, \rho \sin\theta + t \cos\theta) \, \mathrm{d}t, \tag{20}$$

missä t-akseli on päällekkäin suoran S kanssa.

Mikäli funktion f Radon-muunnos $\hat{f}$ tunnetaan, voidaan funktio f ratkaista käänteis Radon-muunnoksen avulla. Eräs suosittu menetelmä käänteis Radon-muunnoksen laskemiseen on suodatettu takaisinprojektio, missä projektioita siloitetaan suodatuksella ennen takaisinprojisointia [9, 21, 39].



Kuva 3: Suoran S määrittämiseen käytetyt parametrit ρ ja θ.

Vertaamalla yhtälöä (16) ja Radon-muunnoksen määritelmää (20) nähdään, että schlierenkuvan neliöjuuri vastaa painekentän Radon-muunnosta yhdellä tietyllä kulman θ arvolla. Pyörittämällä ultraäänilähdettä ja suorittamalla Schlierenmittaus useilla kulmilla saadaan painekentän Radon-muunnos määritettyä. Näin ollen ultraäänilähteen tuottama painekenttä voidaan ratkaista Schlierenkuvista käänteis Radon-muunnoksen avulla.

3.2 Tikhonov-regularisointi

Käänteisongelmat ovat usein huonosti asetettuja eli ne ovat erittäin herkkiä mittaus- ja/tai mallitusvirheiden suhteen [11]. Tyypillinen tapa huonokuntoisuuden korjaamiseksi on käyttää regularisointia. Regularisointi on menetelmä, jossa alkuperäinen huonosti asetettu ongelma pyritään korvaamaan hyvin asetetulla ongelmalla siten, että regularisoitu ratkaisu olisi mahdollisimman lähellä oikeaa ratkaisua. Yleisin ja tunnetuin regularisointiin perustuva menetelmä on Tikhonov-regularisointi [45].

Määritettäessä painekenttää Schlierenkuvien avulla, jolloin havaintomalli on muotoa (19), saadaan Tikhonov-regularisoitu ratkaisu P_α seuraavan minimointiongelman ratkaisuna

$$P_\alpha = \arg\min_P \|\mathcal{L}P - \mathcal{U}\|^2 + \alpha^2 \|WP\|^2, \tag{21}$$

missä α on positiivinen regularisointiparametri ja W on regularisointimatriisi. Regularisoiduksi ratkaisuksi saadaan

$$P_\alpha = (\mathcal{L}^T\mathcal{L} + \alpha^2 W^T W)^{-1}\mathcal{L}^T\mathcal{U}. \tag{22}$$

Tärkeää regularisoinnissa on regularisointiparametrin α oikea valinta. Liian pienellä arvolla ongelma pysyy epästabiilina, kun taas liian suurella arvolla ratkaisusta tulee liian tasainen [19]. Eräs menetelmä regularisointiparametrin valintaan on L-käyrä-menetelmä [14]. Tässä menetelmässä tulosta tasoittavan normin $\|WP_\alpha\|$ ja jäännösnormin $\|\mathcal{L}P_\alpha - \mathcal{U}\|$ arvoista piirretään logaritminen kuvaaja α:n eri arvoilla. Syntyvä kuvaaja muistuttaa joskus L-kirjainta ja α:n arvo valitaan kuvaajan taitekohdasta.

3.3 Fourier-kanta

Edellä paineen oletettiin olevan paloittain vakio, mutta paineen voidaan myös olettaa muodostuvan sileistä funktioista. Ultraäänilähteiden tuottamat painekentät ovat jaksollisia, joten sopiva valinta sileiksi funktioiksi on Fourier kantafunktiot. Fourier kantafunktiot toteuttavat Helmholtzin yhtälön, jonka myös ultraäänilähteen tuottama painekenttä toteuttaa, ja siten ne tuottavat jo valmiiksi sileitä ratkaisuja eikä erillistä regularisointia tarvita. Kaksiulotteista akustista painekenttää P voidaan approksimoida tasoaaltojen summana katkaistun Fourier sarjan avulla [48]

$$P \approx \bar{P} = \sum_{h=1}^{H} P_h e^{i\boldsymbol{k}_h \cdot \boldsymbol{r}}, \tag{23}$$

missä P_h on kompleksinen amplitudi, $\boldsymbol{k}_h = (k_{h,y}, k_{h,z})$ on aaltolukuvektori, missä $k_{h,y}$ ja $k_{h,z}$ ovat aaltolukuvektorin $\boldsymbol{k}_h$ suuruus y- ja z-akselin suuntaan ja $\boldsymbol{r} = (y, z)$. Kun yhtälö

(23) sijoitetaan yhtälöön (19), saadaan

$$\mathcal{U} \approx \sum_{h=1}^{H} P_h \mathcal{L} e^{i\boldsymbol{k}_h \cdot \boldsymbol{r}} = AP_h. \tag{24}$$

Kertoimet P_h saadaan seuraavan minimointiongelman ratkaisuna

$$\hat{P}_h = \arg\min_{P_h} \|AP_h - \mathcal{U}\|^2. \tag{25}$$

Minimointiongelman ratkaisuksi saadaan

$$\hat{P}_h = (A^T A)^{-1} A^T \mathcal{U} \tag{26}$$

ja edelleen määritettävänä ollut painekenttä saadaan

$$\hat{P} = \Re\left(\sum_{h=1}^{H} \hat{P}_h e^{i\boldsymbol{k}_h \cdot \boldsymbol{r}}\right). \tag{27}$$

4 Mittaukset

Tässä luvussa on esitelty tarkemmin tutkielmassa tehdyissä mittauksissa käytetty laitteisto ja mittausprotokolla. Tutkielmassa tehtiin erilaisia hydrofoni- ja Schlierenmittauksia fokusoivalle ja tasoultraäänilähteelle. Fokusoiva ultraäänilähde oli geometrisesti fokusoiva, PZT-keraamista (PZ26, Ferroperm A/S, Tanska) valmistettu ilmataustainen ultraäänilähde, jonka halkaisija oli 44.45 mm ja kaareutumissäde oli 63.5 mm. Ultraäänilähdettä käytettiin sen ensimmäisellä parittomalla harmonisella taajuudella 3.205 MHz. Tasoultraäänilähde oli Panametricsin (V382-SU, Olympus, USA) valmistama ja pyöreän aktiivisen elementin halkaisija oli 13 mm. Tasoultraäänilähteen keskitaajuus oli 3.5 MHz, mutta sitä käytettiin taajuudella 3.205 MHz, kuten fokusoivaa ultraäänilähdettäkin. Mittauksissa ultraäänilähteitä ajettiin pulssitetusti.

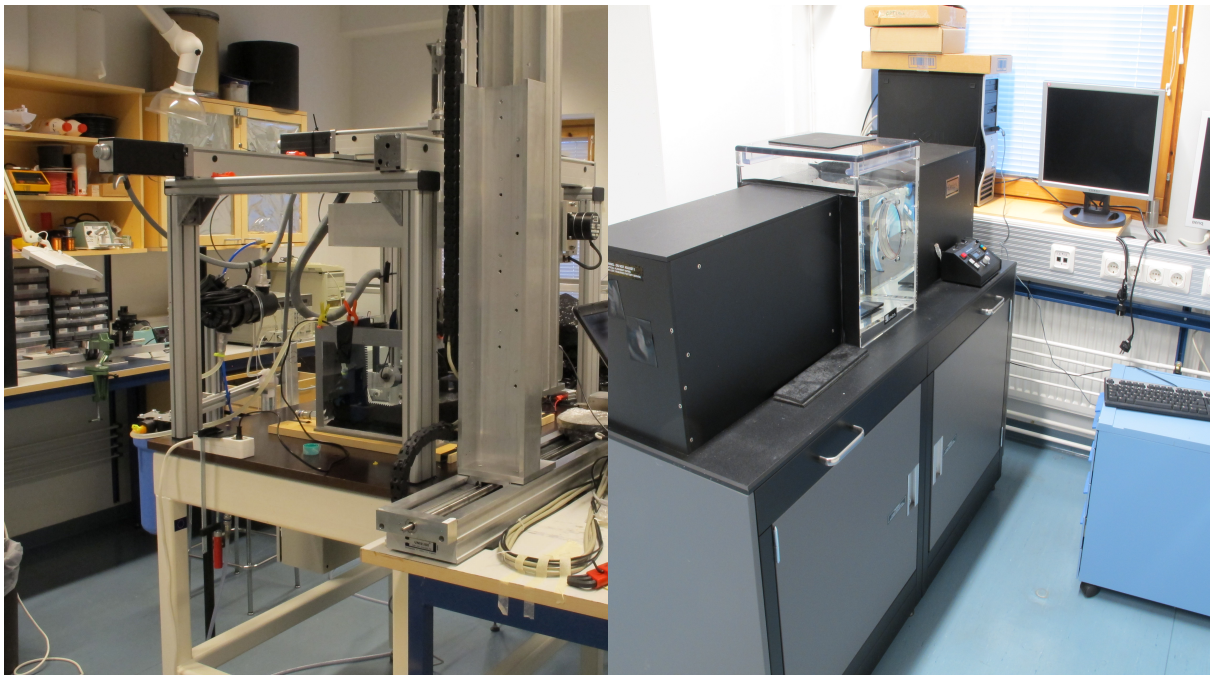
4.1 Hydrofonimittaukset

Hydrofonimittauksissa käytetty laitteisto (UMS, Precision Acoustics Ltd., UK) on esitetty kuvassa 4. Hydrofonimittauksissa käytettiin kalibroitua neulahydrofonia (1167, Precision Acoustics Ltd., UK), jonka aktiivinen halkaisija oli 0.2 mm. Lisäksi mittauksissa käytettiin hydrofonin esivahvistinta (436420-4, Precision Acoustics Ltd., UK), DC-jännitesovitinta (595, Precision Acoustics Ltd., UK), funktiogeneraattoria (Agilent 33250A, Agilent Technologies, Inc, USA), RF-vahvistinta (ENI 240L, ENI Inc., USA) ja oskilloskooppia (LeCroy 6051A WR, LeCroy Corp., USA). Fokusoivalla ultraäänilähteellä käytettiin myös sähköistä impedanssisovitinta ultraäänilähteen ja vahvistimen välissä. Hydrofonimittaukset suoritettiin vesitankissa, joka oli täytetty kaasuista poistetulla deionisoidulla käänteisosmoosivedellä (SG euRO 20 AFU, SG Water, Saksa) ja vuorattu absorbaattoreilla ultraäänen heijastuksien minimoimiseksi. Mittausten aikana veden lämpötila oli $21 - 22°$. Ennen varsinaisia mittauksia varmistettiin ultraäänilähteen ja hydrofonin suoruus.

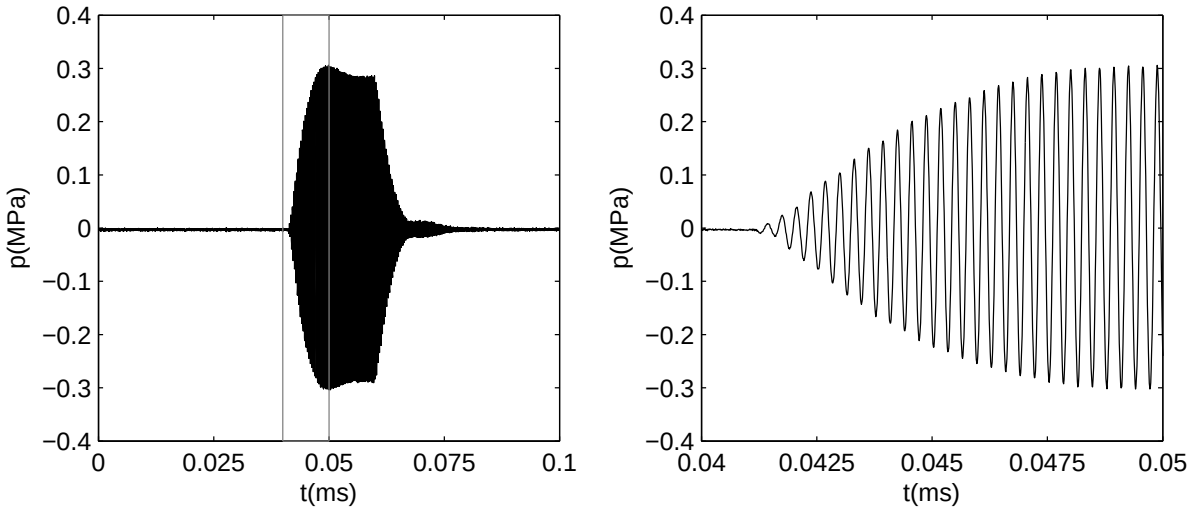
Hydrofonimittauksissa tehtiin kolme erityyppistä mittausta: lineaarisuus-, aksiaali- ja planaarimittaus. Lineaarisuusmittauksessa muutettiin ultraäänilähteen tuottamaa akustista painetta muuttamalla funktiogeneraattorin ajojännitettä ja mitattiin ultraäänilähteen tuottama paine. Tällä mittauksella pyrittiin selvittämään muuttuuko hydrofonin mittaama akustinen paine lineaarisesti ajojännitteen funktiona, kuten teoriaosuudessa oletetaan. Aksiaalimittauksella tarkoitetaan ultraäänilähteen akustisen akselin (x-akseli) suuntaista mittausta. Aksiaalimittauksesta saatua tulosta verrataan teoreettisesti laskettuihin ja Schlierentomografiamittauksien pohjalta rekonstruoituihin paineen arvoihin. Planaarimittauksella tarkoitetaan ultraäänilähteen akustista akselia kohtisuoralla tasolla (yz-taso) tehtävää mittausta. Planaarimittauksesta saatu painekenttä toimii vertailukohtana Schlierentomografiamittauksista muodostetuille rekonstruktioille. Kuvassa 5 on esimerkki hydrofonimittauksesta saatavasta fokusoivan ultraäänilähteen aaltomuodosta.

Lineaarisuusmittaus tehtiin vain fokusoivalle ultraäänilähteelle, ja se tehtiin lähteen fokuspisteessä. Ultraäänen ajoparametrit olivat seuraavat: siniaalto, taajuus 3.205 MHz, pulssintoistojakso 10.00 ms ja pulssissa oli 60 jaksoa. Ajojännitettä kasvatettiin 10 mV:sta 100 mV:iin 5 mV:in välein. Ultraäänilähteen signaali mitattiin oskilloskoopilla. Jokainen mittaus keskiarvoistettiin oskilloskoopilla 16 näytteestä.

Aksiaalimittaus tehtiin sekä fokusoivalle että tasoultraäänilähteelle. Fokusoivan ultraäänilähteen tapauksessa aksiaalimittaus tehtiin fokuspisteen molemmin puolin, kun taas



Kuva 4: Työssä käytetyt mittalaitteistot. Vasemmalla on hydrofonimittauksissa käytetty laitteisto ja oikealla on Schlierenmittauksissa käytetty laitteisto



Kuva 5: Hydrofonimittauksessa saatu fokusoivan ultraäänilähteen tuottaman painekentän suuruus ajan funktiona. Vasemmalla on fokusoivan ultraäänilähteen aaltomuoto kokonaan ja oikealla on lähikuva harmaiden pystyviivojen väliin jäävästä alueesta.

tasoultraäänilähteen tapauksessa mitattiin viimeisen maksimin molemmin puolin. Skannatun matkan pituus oli molemmille ultraäänilähteille 15 cm. Mittaukset tehtiin 0.2 mm siirroilla ja jokaisessa pisteessä mittaus keskiarvoistettiin 16 näytteestä. Fokusoivalla ultraäänilähteellä taajuus oli 3.205 MHz, amplitudi oli 20.0 mV, pulssintoistojakso oli 10.00 ms ja pulssissa oli 60 jaksoa. Tasoultraäänilähteellä vastaavat parametrit olivat 3.205 MHz, 125 mV, 10.00 ms ja 60 jaksoa.

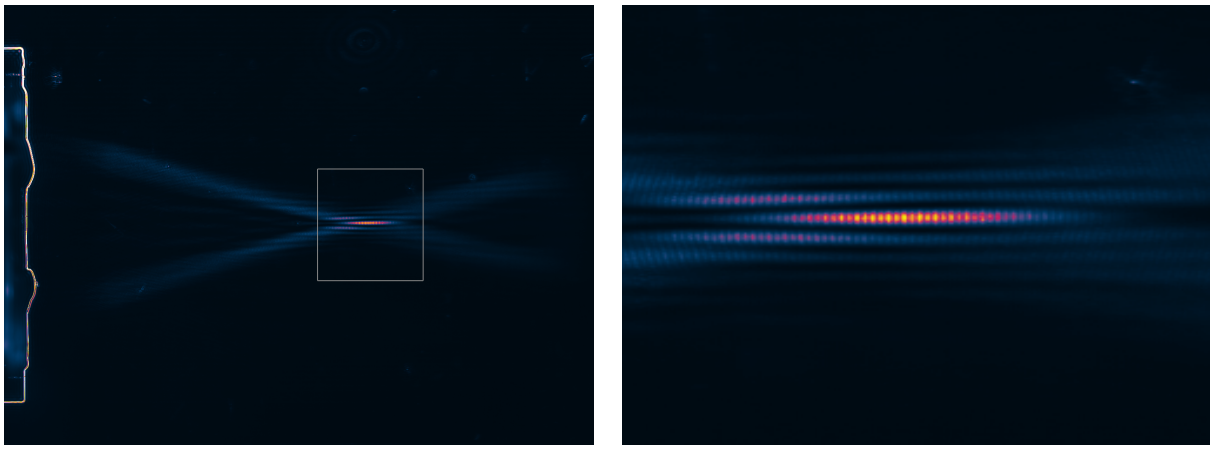
Planaarimittaus tehtiin molemmille ultraäänilähteille. Fokusoivan ultraäänilähteen tapauksessa mitattava taso oli fokuksen kohdalla ja mitattavan tason koko oli 6 mm×6 mm. Vastaavasti tasoultraäänilähteellä mittaus tehtiin viimeisen maksimin kohdalla ja mittaustason koko oli 10 mm×10 mm. Mittaukset tehtiin 0.2 mm siirroilla niin y- kuin z-suunnassa ja jokainen mittaus keskiarvoistettiin oskilloskoopilla 16 näytteestä. Fokusoivalla ultraäänilähteellä taajuus oli 3.205 MHz, amplitudi oli 20.0 mV, pulssintoistojakso oli 10.00 ms ja pulssissa oli 60 jaksoa. Tasoultraäänilähteellä vastaavat parametrit olivat 3.205 MHz, 125 mV, 10.00 ms ja 60 jaksoa.

4.2 Schlierenmittaukset

Schlierenmittaukset suoritettiin Optisonin (Optison® S12-D, Onda Corp., USA) Schlierenkuvantamislaitteistolla, joka koostuu vesitankista, infrapunalaserista, linssijärjestelmästä ja CCD-kennosta yhdistettynä objektiiviin. Optisonin laitteisto on esitetty kuvassa 4. Optisonin laitteiston kuvan koko on 1392×1040, harmaasävyjen lukumäärä on 12 bittiä ja spatiaalinen tarkkuus on 20 pix/mm. Lisäksi mittauksissa oli käytössä tietokoneohjattu askelmoottori (Standa Ltd., Liettua), jonka avulla ultraäänilähdettä pyöritettiin. Mittauksissa käytettiin kaasuista poistettua deionisoitua käänteisosmoosivettä (SG euRO 20 AFU, SG Water, Saksa). Mittausten aikana veden lämpötila oli $21 - 22°$.

Schlierenmittauksissa tehtiin kahden tyyppisiä mittauksia: lineaarisuus- ja 180° tomografiamittaus. Lineaarisuusmittauksessa kasvatettiin ultraäänilähteen tuottamaa akustista painetta nostamalla funktiogeneraattorin ajojännitettä ja tarkasteltiin kuinka se vaikuttaa Schlierenkuvan kirkkauteen. Mittauksella pyrittiin varmistamaan, että teoriaosuuden lineaarisuusoletukset pätevät. Tomografiamittauksissa ultraäänilähdettä pyöritettiin sen akustisen akselin ympäri asteen välein 180°. Tomografiamittauksilla mahdollistettiin ultraäänilähteiden tuottamien painekenttien rekonstruktioiden muodostaminen. Kuvassa 6 on esimerkki fokusoivalla ultraäänilähteellä saadusta Schlierenkuvasta.

Lineaarisuusmittaus tehtiin vain fokusoivalle ultraäänilähteelle. Ultraäänilähteen taajuus oli 3.205 MHz ja pulssissa oli 180 jaksoa. Ajojännitettä kasvatettiin 10 mV:sta 5 mV välein 100 mV:iin. Kun ultraäänen ajojännitettä kasvatettiin, piti ultraäänen pulssintoistotaajuutta pienentää, jotta Schlierenkuva ei palaisi puhki eli CCD-kenno ei saturoituisi. CCD-kennon saturoituessa kennolle tulee enemmän valoa kuin kenno pystyy käsittelemään. Valon määrän kasvu ajojännitteen kasvaessa johtuu siitä, että ultraäänen intensiteetti kasvaa sen ajojännitteen kasvaessa, ja intensiteetin kasvaessa diffraktoitunutta valoa pääsee CCD-kennolle enemmän. Pienentämällä pulssintoistotaajuutta saadaan vähennettyä kennon keräämää valon määrää, koska kennolle saapuu vähemmän valopulsseja valotusajan pysyessä samana, ja siten vältytään CCD-kennon saturoitumiselta. Jokaisella ajojännitteellä otettiin myös taustakuva eli Schlierenkuva, jossa ultraääni ei ollut päällä. Taustakuvaa tarvitaan taustanpoistomenetelmään, jolla pyritään poistamaan vesitankissa tai optisissa komponenteissa olevien epäpuhtauksien, kuten pölyhiukkasten, Schlieren-



Kuva 6: Schlierenkuvantamisessa saatu projektiokuva fokusoivan ultraäänilähteen tuottamasta painekentästä. Vasemmalla on fokusoivan ultraäänilähteen painekentän projektiokuva ja oikealla on lähikuva harmaalla merkitystä neliöstä.

kuvaan aiheuttamat virheet. Taustanpoistossa ultraäänetön Schlierenkuva vähennetään Schlierenkuvasta, jossa ultraääni on päällä. Jokainen Schlierenkuva keskiarvoistettiin 32 kuvanäytteestä.

Tomografiamittaukset tehtiin molemmille ultraäänilähteille. Ensin tehtiin 180° pyöräytys yhden asteen välein ja otettiin kuvat jokaisella pyöräytyskulmalla ultraäänilähteen ollessa pulssitetusti päällä. Tämän jälkeen ultraäänilähde pyöräytettiin takaisin alkuasentoon ja tehtiin uusi 180° pyöräytys ilman ultraääntä taustakuvien määrittämiseksi. Jokainen Schlierenkuva keskiarvoistettiin 32 kuvanäytteestä. Fokusoivalla ultraäänilähteellä taajuus oli 3.205 MHz, amplitudi oli 25.0 mV, pulssintoistojakso oli 250 μs ja pulssissa oli 180 jaksoa. Tasoultraäänilähteen tapauksessa vastaavat parametrit olivat 3.205 MHz, 125 mV, 400 μs ja 210 jaksoa.

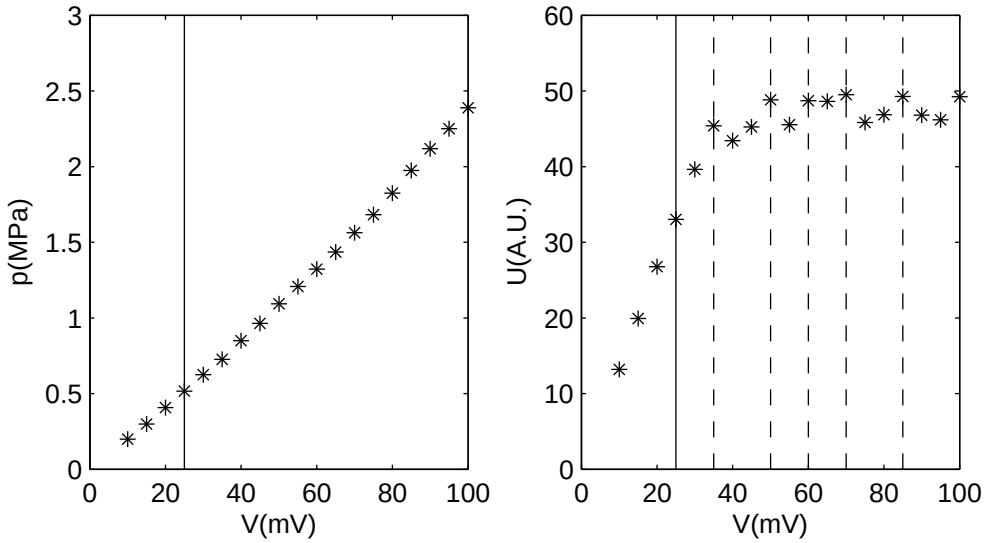
5 Tulokset

Tässä luvussa on esitelty mittauksien perusteella saatuja tuloksia. Ensin on esitelty lineaarisuusmittauksista saadut tulokset. Sen jälkeen esitellään aksiaalimittausten tuloksia sekä lopuksi on esitelty planaari- ja tomografiamittausten perusteella muodostettuja ultraäänikentän rekonstruktioita. Kaikki laskenta suoritettiin MATLAB-ohjelmalla (The MathWorks, Inc., USA).

5.1 Lineaarisuusmittaus

Hydrofonimittauksista saaduista aaltomuodoista valittiin paineen arvo ajanhetkellä, joka vastasi Schlierenkuvan ottohetkeä. Tämä toistettiin kaikille ultraäänilähteen ajojännitteille. Eri ultraäänilähteen ajojännitteillä otetuille Schlierenkuville tehtiin taustanpoisto. Kustakin erotuskuvasta valittiin ultraäänilähteen fokuksessa sijaitsevan pikselin arvon neliöjuuri.

Kuvassa 7 on lineaarisuusmittauksen perusteella saadut tulokset fokusoivalle ultraäänilähteelle. Hydrofonimittauksessa paineen ja jännitteen välillä näyttää olevan lineaarinen riippuvuus. Vastaavasti myös Schlierenkuvan pikselin arvon neliöjuuri näyttää riippuvan jännitteestä lineaarisesti, ainakin tomografiamittausten ajojännitteellä 25 mV. Näin ollen voidaan sanoa, että teoriaosuuden lineaarisuusoletukset pätevät.

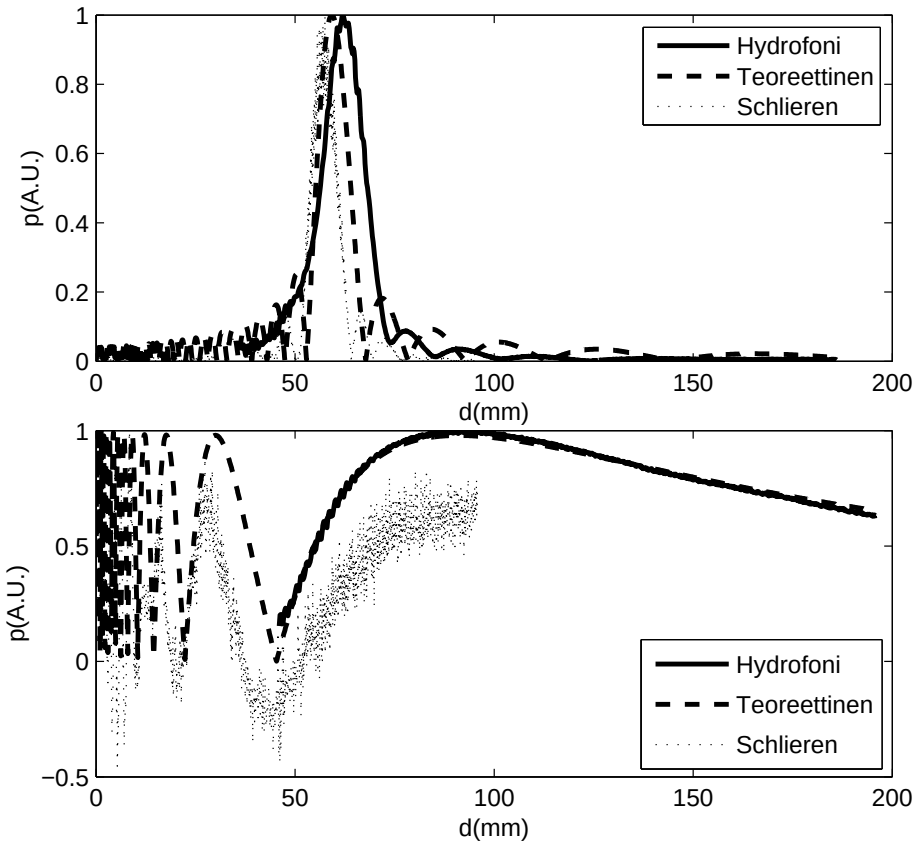


Kuva 7: Lineaarisuusmittauksen tulokset. Vasemmalla on hydrofonimittauksesta saadut paineen p arvot ajojännitteen V funktiona. Oikealla on Schlierenkuvan pikselin arvon neliöjuuri U ajojännitteen V funktiona. Molemmissa kuvissa musta pystyviiva edustaa ajojännitettä, jolla tomografiamittaukset tehtiin. Schlierenkuvassa mustat pystysuorat katkoviivat edustavat ajojännitteitä, joilla pulssintoistotaajuutta muutetaan. Katkoviivojen välisellä alueella pulssintoistotaajuus on pidetty samana.

5.2 Aksiaalimittaus

Hydrofonilla tehtyjä aksiaalimittauksia haluttiin vertailla teoreettisesti laskettuihin paineen arvoihin. Teoreettiset paineen arvot laskettiin Rayleigh-integraalilla, jolla voidaan laskea ns. vakaan tilan painekenttiä [30]. Jotta hydrofonimittauksista saadut paineen arvot olisivat vertailukelpoisia teoreettisten paineen arvojen kanssa, on hydrofonimittauksista määritettävä vakaan tilan painetta kuvaava estimaatti. Tällainen estimaatti saadaan ottamalla hydrofonilla saadusta aaltomuodosta Fourier-muunnos, jolla saadaan selville aaltomuodon eri taajuuskomponenttien suuruus. Ultraäänilähteen ajotaajuutta vastaava taajuuskomponentti kuvaa hyvin vakaan tilan painetta. Hydrofonimittauksen mittapisteiden etäisyydet ultraäänilähteestä määritettiin lentoaikojen avulla eli kertomalla lentoaika veden lämpötilan avulla lasketulla äänen nopeudella [26].

Kuvassa 8 on esitetty hydrofonimittauksen perusteella saadut ja teoreettiset Rayleigh-integraalilla lasketut normeeratut paineen arvot etäisyyden funktiona fokusoivalle ja tasoultraäänilähteelle. Fokusoivan ultraäänilähteen tapauksessa teoreettisesti ja hydrofonimittauksilla saaduissa paineen arvoissa on hiukan eroa niin fokuksen paikassa kuin pituudessakin. Lisäksi fokusoivalla ultraäänilähteellä ei hydrofonimittauksesta havaita ennen



Kuva 8: Hydrofonimittauksesta saadut, teoreettiset Rayleigh integraalilla lasketut ja Schlierentomografiamittauksen pohjalta käänteis Radon-muunnoksella rekonstruoidut normeeratut paineen p arvot etäisyyden d funktiona fokusoivalla ultraäänilähteellä (ylhäällä) ja tasoultraäänilähteellä (alhaalla).

fokusta olevia paineen vaihteluita ja fokuksen jälkeenkin paineen vaihtelut näyttäisivät olevan vaimeampia kuin teoreettisesti pitäisi olla. Tasoultraäänilähteellä hydrofonimittauksesta saadut ja teoreettiset paineen arvot ovat hyvin lähellä toisiaan.

5.3 Rekonstruktiot

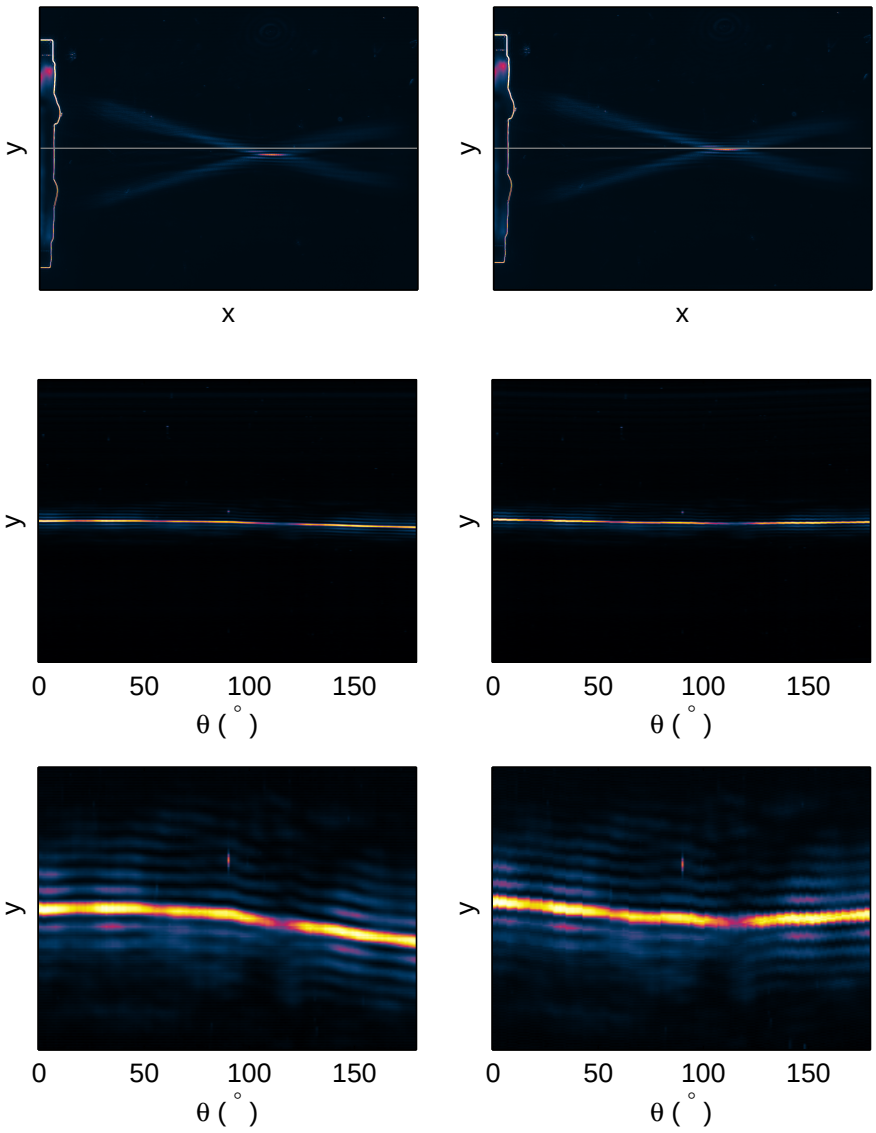
Ultraäänilähteen tuottaman painekentän rekonstruktiot Schlierenkuvista laskettiin kolmella eri menetelmällä: käänteis Radon-muunnos, Tikhonov-regularisointi ja Fourier-kanta. Lisäksi määritettiin hydrofonimittauksesta saatu painejakauma sekä Rayleigh-integraalilla laskettu teoreettinen painejakauma. Kaikista painekentistä määritettiin myös puoliarvoleveydet ja 6 desibelin pinta-alat. Tomografisista mittauksista laskettiin kolmen tyyppisiä rekonstruktioita. Ensimmäisessä rekonstruktiotapauksessa hyödynnettiin 180 mittausta, jotka oli suoritettu asteen välein, kattaen yhteensä 180 astetta. Toisessa rekonstruktiotapauksessa mittauksista käytettiin vain 3 asteen välein suoritetut siten, että mittauksia oli yhteensä 60 kappaletta ja ne kattoivat yhteensä 180 astetta. Kolmantena rekonstruktiotapauksena käsiteltiin 90 mittausta, jotka suoritettiin asteen välein. Tällöin mittaukset kattoivat vain neljännesympyrän eli 90 astetta.

Ennen varsinaisia rekonstruktioita Schlierenkuville tehtiin taustanpoisto ja pyörähdyskulmankorjaus. Pyörähdyskulmankorjauksella keskitettiin pyörähdysakseli numeerisesti CCD-kennolta saatavien mittausten keskipisteeseen. Pyörähdyskulmankorjauksessa schlierenkuvaa siirrettiin y-suunnassa niin, että ultraäänilähde siirtyi y-suunnassa schlierenkuvan keskelle. Tämä toistettiin jokaiselle mittauskulmalle. Kuvassa 9 ylhäällä on esitetty fokusoivalla ultraäänilähteellä saatu Schlierenkuva ennen pyörähdyskulmankorjausta ja pyörähdyskulmankorjauksen jälkeen. Korjaustoimenpiteiden jälkeen eri kulmilla mitatuista Schlierenkuvista muodostettiin sinogrammi valitsemalla kullakin pyöräytyskulmalla erotuskuvasta leike, joka vastasi etäisyyttä, jolla tasoskannaus hydrofonilla suoritettiin. Kuvassa 9 keskellä on esitetty fokusoivalla ultraäänilähteellä saaduista Schlierenkuvista muodostetut sinogrammit ilman pyörähdyskulmankorjausta ja pyörähdyskulmankorjauksen kanssa. Lopuksi sinogrammista otettiin neliöjuuri ja valittiin y-suunnassa kapeampi kaistale laskennan helpottamiseksi. Kuvassa 9 alhaalla on esitetty fokusoivalla ultraäänilähteellä saaduista Schlierenkuvista muodostetut kavennetut sinogrammit ilman pyörähdyskulmankorjausta ja pyörähdyskulmankorjauksen kanssa.

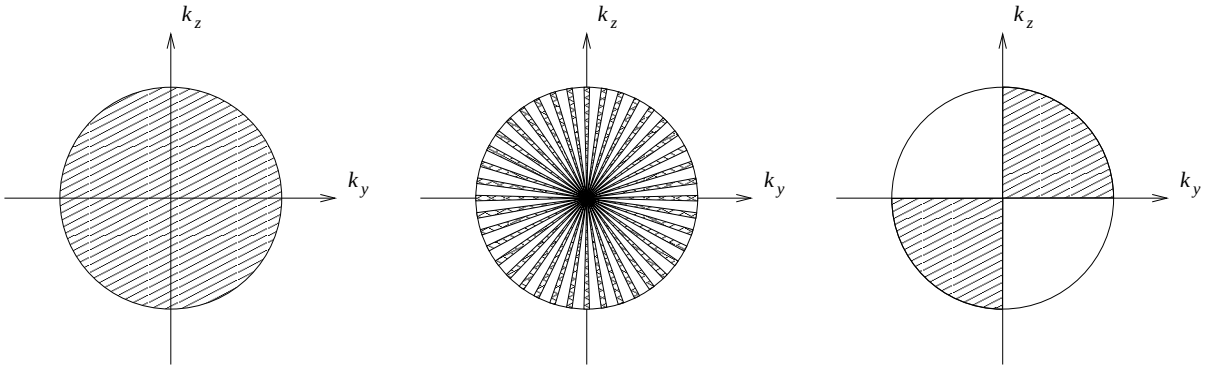
Käänteis Radon-muunnos tehtiin MATLABin `iradon`-komennolla lineaarisella interpoloinnilla ja Ram-Lak-suodatuksella.

Tikhonov-regularisoinnissa regularisointimatriiseina käytettiin ensimmäisen ja toisen kertaluvun differenssejä vastaavia matriiseja. Regularisointiparametri α valittiin L-käyrämenetelmällä ja visuaalisella arvioinnilla.

Fourier-kannassa valittiin äärellinen määrä tasavälein diskretoituja kanta-aaltokomponentteja siten, että $\|\boldsymbol{k}_h\| \leq k_s$. Fourier-kantaan tehtiin myös kulmakorjaus eli kussakin rekonstruktiotapauksessa käytettiin vain niitä kanta-aaltokomponentteja, jotka vastasivat rekonstruktiotapauksessa käytettyjä mittauskulmia. Toisin sanoen 180° pyöräytyksen ja 180 mittauksen tapauksessa käytettiin kanta-aaltokomponentteja, jotka jäivät k_s-säteisen ympyrän sisään. 180° pyöräytyksen ja 60 mittauksen tapauksessa käytettiin kanta-aaltokomponentteja, jotka jäivät k_s-säteisen ympyrän 3 asteen moninkertoja sisältävien kapeiden sektoreiden sisään. 90° pyöräytyksen ja 90 mittauksen tapauksessa käytettiin kanta-aaltokomponentteja, jotka jäivät k_s-säteisen ympyrän ensimmäisen ja



Kuva 9: Ylhäällä on fokusoivalla ultraäänilähteellä saatu Schlierenkuva ennen pyörähdyskulmankorjausta (vasemmalla) ja sama Schlierenkuva pyörähdyskulmankorjauksen jälkeen (oikealla). Harmaa poikkiviiva kuvaa Schlierenkuvan keskikohtaa y-suunnassa. Keskellä on pyörähdyskulmakorjaamattomista (vasemmalla) ja pyörähdyskulmakorjatuista (oikealla) Schlierenkuvista muodostetut sinogrammit. Alhaalla on pyörähdyskulmakorjaamattomista (vasemmalla) ja pyörähdyskulmakorjatuista (oikealla) Schlierenkuvista muodostetut kavennetut sinogrammit .



Kuva 10: Eri rekonstruktiotapauksissa käytetyt Fourier kannan kanta-aaltokomponentit. Vasemmmalta oikealle ultraäänilähteen 180° pyöräytys 180 mittausta, 180° pyöräytys 60 mittausta ja 90° pyöräytys 90 mittausta.

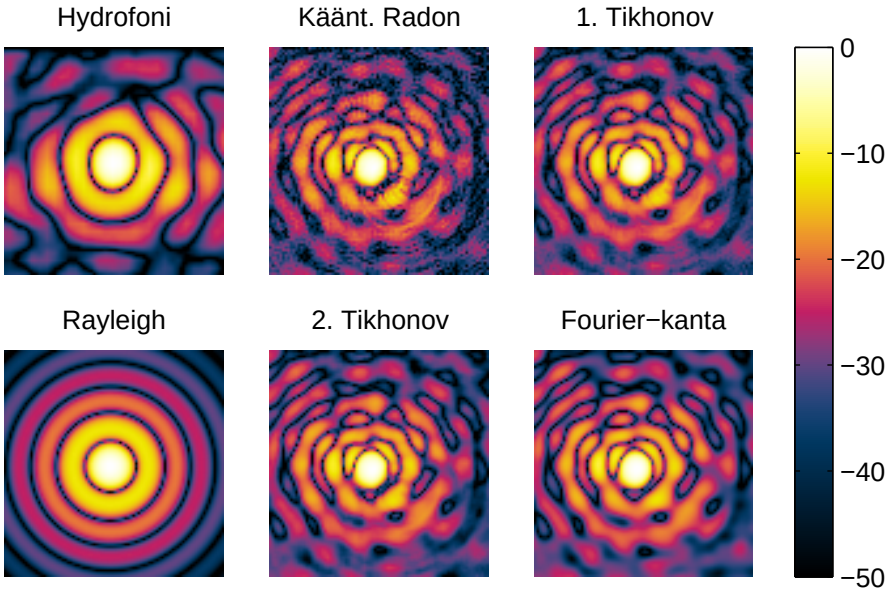
kolmannen neljänneksen sisään. Fourier kannan kulmakorjausta on havainnollistettu kuvassa 10. Lisäksi kun kulmia oli vähemmän kuin 180, tehtiin Fourier-kannan tihennys, jotta kanta-aaltokomponentteja saataisiin yhtä paljon kuin 180 mittauksen tapauksessa. Tasoultraäänilähteen tapauksessa myös korkeimman kanta-aaltokomponentin taajuutta pienennettiin, koska tasoaallot eivät sisällä tarkkoja yksityiskohtia eli korkeita taajuuskomponentteja. Fokusoivan ultraäänilähteen tapauksessa kanta-aaltokomponentteja oli 1433-1437 ja tasolähteen tapauksessa niitä oli 789-797.

Fokusoivan ultraäänilähteen tuottaman painekentän rekonstruktioissa oli 20164 pikseliä. Vastaavasti tasoultraäänilähteen tuottaman painekentän rekonstruktioissa pikseleitä oli 44944.

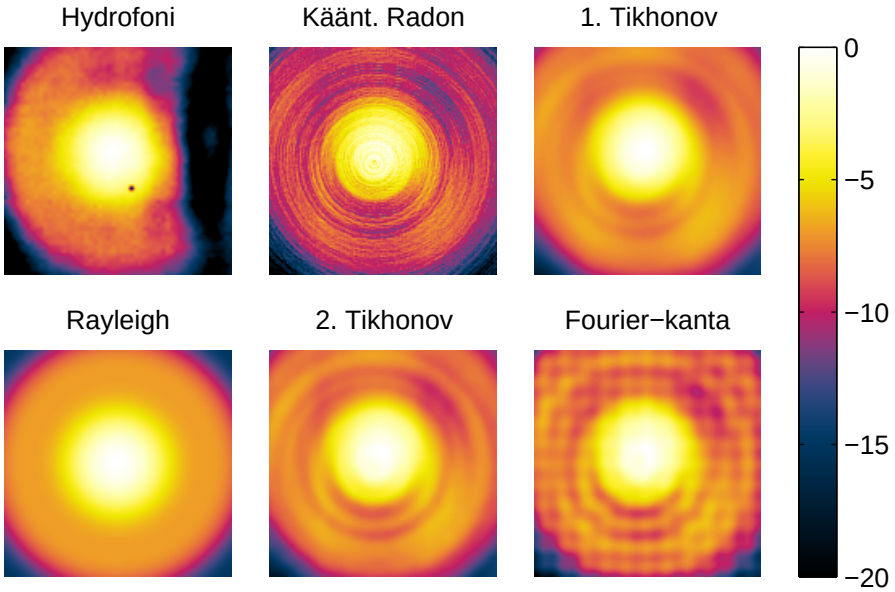
Hydrofonidatasta valittiin kussakin mittapisteessä paineen amplitudi Schlierenkuvan ottohetkeä vastaavalla ajanhetkellä. Tasolähteen tapauksessa yhdestä mittapisteestä ei oltu saatu hydrofonidataa, joten paineen arvo siinä pisteessä valittiin nollaksi. Puuttuva hydrofonidata johtui todennäköisesti mittausvirheestä.

Ultraäänilähteen 180° pyöräytys ja 180 mittausta. Kuvassa 11 on esitetty fokusoivalle ultraäänilähteelle muodostetut painekentän rekonstruktiot desibeleinä, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 180° ja tehtiin 180 mittausta. Regularisointiparametri α oli 10 Tikhonovilla sekä ensimmäisen että toisen kertaluvun differenssille. Kaikilla kolmella eri rekonstruktiomenetelmällä saadaan hyvin samankaltaisia tuloksia. Kaikissa rekonstruktioissa on selvästi havaittavissa fokus, mutta sivukummut erottuvat heikommin. Lisäksi fokuksen koko on suunnilleen sama kaikissa rekonstruktioissa ja se vastaa hydrofonimittauksesta saatua ja teoreettista fokuksen kokoa. Rekonstruktioista laskettiin vaaka- ja pystysuunnassa puoliarvoleveydet, jotka on esitetty taulukossa 1. Eri rekonstruktiomenetelmillä saadut puoliarvoleveydet ovat samaa suuruusluokkaa ja ne ovat 75-77% hydrofonimittauksella saaduista puoliarvoleveyksistä. Rekonstruktioista lasketut 6 desibelin pinta-alat ovat taulukossa 2. Eri rekonstruktiomenetelmillä saadut 6 desibelin pinta-alat ovat suuruudeltaan hyvin samanlaisia, mutta ne ovat 39-41% pienempiä kuin hydrofonimittauksesta saatu 6 desibelin pinta-ala.

Kuvassa 12 on 180° pyöräytyksestä ja 180 mittauksesta muodostetut painekentän



Kuva 11: Painekentän rekonstruktiot desibeleinä fokusoivalle ultraäänilähteelle, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 180° ja mittauksia tehtiin 180. Vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas hydrofonimittaus, käänteis Radon-muunnos, Tikhonov-regularisointi ensimmäisen kertaluvun differenssi, Rayleigh, Tikhonov-regularisointi toisen kertaluvun differenssi ja Fourier-kanta esitys. Kuvien spatiaalinen skaala on 6 millimetriä.

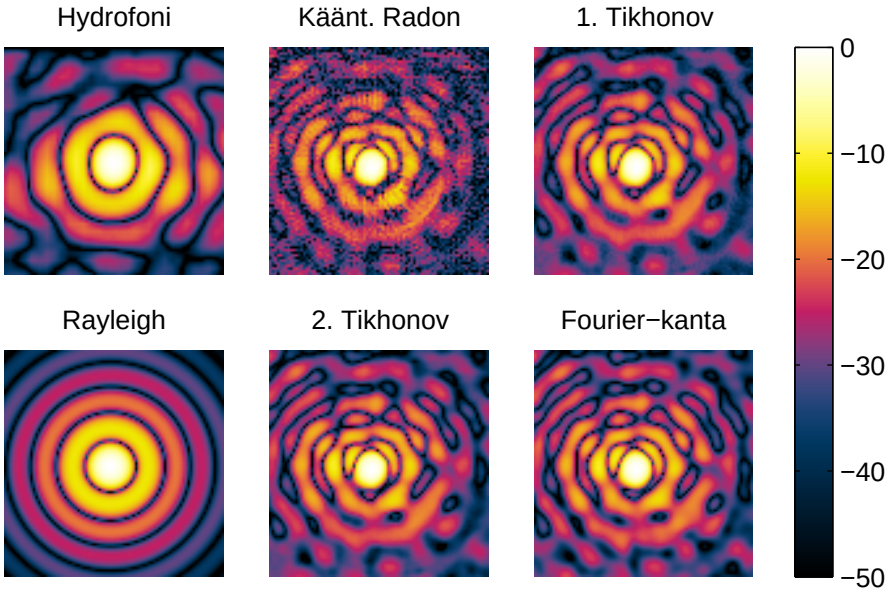


Kuva 12: Painekentän rekonstruktiot desibeleinä tasoultraäänilähteelle, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 180° ja mittauksia tehtiin 180. Vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas hydrofonimittaus, käänteis Radon-muunnos, Tikhonov-regularisointi ensimmäisen kertaluvun differenssi, Rayleigh, Tikhonov-regularisointi toisen kertaluvun differenssi ja Fourier-kanta esitys. Kuvien spatiaalinen skaala on 10 millimetriä.

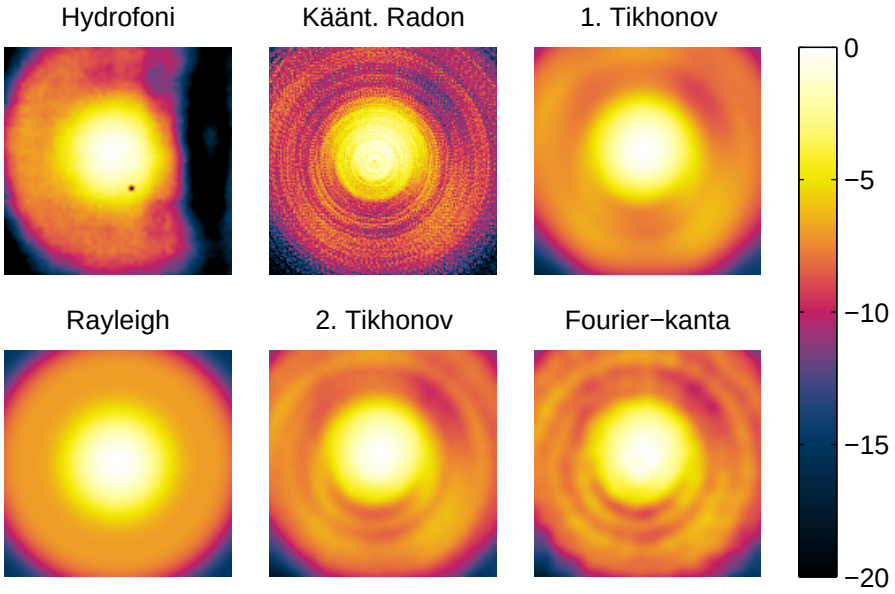
rekonstruktiot desibeleinä tasoultraäänilähteen tapauksessa. Hydrofonimittauksesta saadussa painekentässä oikeassa reunassa näkyvä rantu johtuu todennäköisesti mittausvirheestä. Mittausvirhe saattaa johtua siitä, että planaarimittauksessa mitattu taso ei välttämättä ollut täysin yhdensuuntainen ultraäänilähteen aktiivisen elementin pinnan kanssa, minkä takia ultraääni ei ole samassa vaiheessa koko mitatussa tasossa ja se näkyy erona paineen arvoissa. Tikhonov-regularisoinnilla saaduissa rekonstruktioissa käytettiin regularisointiparametrin α arvoa 100 molemmille painomatriiseille. Rekonstruktioiden välillä on havaittavissa enemmän eroavaisuuksia kuin fokusoivalla ultraäänilähteellä saaduissa rekonstruktioissa. Tikhonov-regularisoinnilla saadut ratkaisut muistuttavat hyvin paljon hydrofonimittauksesta ja teoreettisesti laskettua painejakaumaa. Fourier-kanta lähestymistavalla muodostettu painekentän rekonstruktio on hieman heikompilaatuinen, mutta käänteis Radon-muunnoksella saatu rekonstruktio on heikko. Rekonstruktioista pystyy hahmottamaan kentän muodot, mutta niissä näyttää olevan numeriikasta, käytetystä rekonstruktiomenetelmästä tai Schlierenkuvantamisesta johtuvaa virhettä. Rekonstruktioista vaaka- ja pystysuunnassa lasketut puoliarvoleveydet on esitetty taulukossa 3. Rekonstruktiomenetelmien puoliarvoleveyksien välillä on enemmän vaihtelua kuin fokusoivalla ultraäänilähteellä. Käänteis Radon-muunnoksella saadut puoliarvoleveydet ovat selvästi pienempiä kuin muilla rekonstruktiomenetelmillä. Eri rekonstruktiomenetelmillä saadut puoliarvoleveydet ovat 82-103% hydrofonimittauksesta lasketuista puoliarvoleveyksistä. Rekonstruktioista lasketut 6 desibelin pinta-alat ovat taulukossa 4. Tikhonov-regularisoinnilla ja Fourier-kanta lähestymistavalla muodostetuista rekonstruktioista saadut 6 desibelin pinta-alat vastaavat hyvin hydrofonimittauksesta saatua 6 desibelin pinta-alaa. Käänteis Radon-muunnoksella muodostetun painekentän rekonstruktion 6 desibelin pinta-ala on selvästi muita pienempi ja vastaavasti teoreettisesti lasketun painekentän 6 desibelin pinta-ala on selvästi muita suurempi.

Kuvassa 8 on esitetty Schlierentomografiamittauksen pohjalta käänteis Radon-muunnoksella rekonstruoidut paineen arvot normeerattuna etäisyyden funktiona fokusoivalle ja tasoultraäänilähteelle. Jokaisella etäisyydellä paineen arvo on määritetty käänteis Radon-muunnoksella rekonstruoidun painekentän keskipisteen ympärillä olleiden 9 pikselin keskiarvona, jotta kohinaisista tuloksista saataisiin tasaisempia. Fokusoivalla ultraäänilähteellä Schlierentomografialla määritetyt paineen arvot poikkeavat sekä teoreettisista että hydrofonimittauksista saaduista paineen arvoista. Schlierentomografialla määritetyistä paineen arvoista voidaan havaita ennen fokusta ja fokuksen jälkeen tapahtuvat paineen vaihtelut, mutta niiden sijainti poikkeaa hiukan teoreettisesta. Tasolähteen tapauksessa Schlierentomografialla määritetyt paineen arvot ovat pienempiä kuin teoreettisesti tai hydrofonimittauksesta saadut paineen arvot ja paineen vaihteluissa havaittavat huiput sijaitsevat hiukan lähempänä ultraäänilähdettä kuin teoreettisesti lasketulla tai hydrofonimittauksella saadulla paineella.

Ultraäänilähteen 180° pyöräytys ja 60 mittausta. Kuvassa 13 on esitetty fokusoivalle ultraäänilähteelle muodostetut painekentän rekonstruktiot desibeleinä, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 180°, mutta mittauksia tehtiin vain 60. Tikhonov-regularisoinnilla lasketuissa rekonstruktioissa regularisointiparametri α oli 10. Mittauskulmien vähentäminen ei juurikaan heikentänyt rekonstruktioiden laatua, ainakaan Tikhonov-regularisointi tai Fourier-kanta lähestymistavoissa, mikä voidaan havaita vertaamalla kuvia



Kuva 13: Painekentän rekonstruktiot desibeleinä fokusoivalle ultraäänilähteelle, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 180° ja mittauksia tehtiin 60. Vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas hydrofonimittaus, käänteis Radon-muunnos, Tikhonov-regularisointi ensimmäisen kertaluvun differenssi, Rayleigh, Tikhonov-regularisointi toisen kertaluvun differenssi ja Fourier-kanta esitys. Kuvien spatiaalinen skaala on 6 millimetriä.

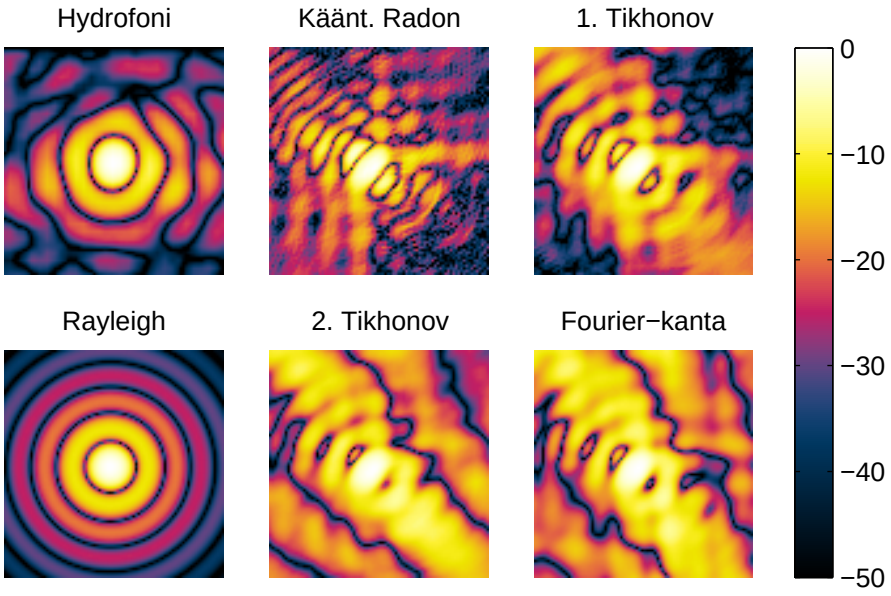


Kuva 14: Painekentän rekonstruktiot desibeleinä tasoultraäänilähteelle, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 180° ja mittauksia tehtiin 60. Vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas hydrofonimittaus, käänteis Radon-muunnos, Tikhonov-regularisointi ensimmäisen kertaluvun differenssi, Rayleigh, Tikhonov-regularisointi toisen kertaluvun differenssi ja Fourier-kanta esitys. Kuvien spatiaalinen skaala on 10 millimetriä.

11 ja 13. Kaikissa rekonstruktioissa fokus näkyy edelleen hyvin selkeänä ja sekundääriset kummut hiukan heikommin. Kuitenkin käänteis Radon-muunnoksen tapauksessa kuvassa alkaa näkyä heikkoa viivamaisuutta. Silti kaikki rekonstruktiot vastaavat teoreettista ja hydrofonimittauksesta saatua painekenttää. Rekonstruktioista lasketut vaaka- ja pystysuuntaiset puoliarvoleveydet ovat taulukossa 1. Kaikilla rekonstruktiomenetelmillä saadut puoliarvoleveydet ovat saman suuruisia eikä niissä havaita muutosta 180° pyöräytyksellä ja 180 mittauksella muodostetuista rekonstruktioista laskettuihin puoliarvoleveyksiin. Painekentän 6 desibelin pinta-alat, jotka ovat taulukossa 2, ovat 4-7% pienempiä kuin 180 mittauksen tapauksessa, paitsi käänteis Radon-muunnoksella, jonka pinta-ala on 3% suurempi kuin 180 mittauksen tapauksessa. Silti suurta eroa eri rekonstruktiomenetelmien 6 desibelin pinta-aloissa ei havaita.

Kuvassa 14 on 180° pyöräytyksellä ja 60 mittauksella muodostetut painekentän rekonstruktiot desibeleinä tasoultraäänilähteelle. Tikhonov-regularisoinnilla saaduissa rekonstruktioissa käytettiin regularisointiparametrin α arvoa 100 molemmille painomatriiseille. Käänteis Radon-muunnoksella rekonstruktiosta tulee kohtalaisen huono, mutta muut rekonstruktiomenetelmät tuottavat 180 mittausta vastaavan rekonstruktion, mikä voidaan havaita vertaamalla kuvia 12 ja 14. Tikhonov-regularisoinnilla ja Fourier-kanta lähestymistavalla saadut painekentän rekonstruktiot ovat lähellä teoreettista ja hydrofonimittauksesta saatua painekenttää. Puoliarvoleveyksissä, jotka ovat taulukossa 3, havaitaan 0-6% muutos 180 mittaukseen verrattuna. Silti käänteis Radon-muunnoksella saadaan edelleen muita pienempiä puoliarvoleveyksiä muiden rekonstruktiomenetelmien puoliarvoleveyksien ollessa hyvin saman suuruisia. Myös 6 desibelin pinta-aloissa, jotka on esitetty taulukossa 4, on 0.5-5% kasvua 180 mittaukseen verrattuna. Silti käänteis Radon-muunnoksella saatu 6 desibelin pinta-ala on edelleen muita huomattavasti pienempi ja muilla rekonstruktiomenetelmillä saadut 6 desibelin pinta-alat ovat suunnilleen samaa suuruusluokkaa.

Ultraäänilähteen 90° pyöräytys ja 90 mittausta. Kuvassa 15 on esitetty fokusoivalle ultraäänilähteelle muodostetut painekentän rekonstruktiot, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin vain 90° ja tehtiin 90 mittausta. Tikhonov-regularisoinnissa regularisointiparametrin α arvona oli 10. Vajaakulmarekonstruktioissa alkaa näkyä voimakasta suuntautuneisuutta kaikissa rekonstruktioissa. Fokus on venynyt niille kulmille, joilla mittauksia ei ole tehty. Näin ollen rekonstruktiot eivät vastaa enää hyvin teoreettisesti tai hydrofonimittauksesta saatua painekenttää. Vajaakulmaisille rekonstruktioille ei ole esitetty puoliarvoleveyksiä tai 6 desibelin pinta-aloja, sillä rekonstruktiot ovat liian huonoja että näitä arvoja olisi mielekästä verrata hydrofonilla mitattuihin arvoihin.



Kuva 15: Painekentän rekonstruktiot desibeleinä fokusoivalle ultraäänilähteelle, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 90° ja mittauksia tehtiin 90. Vasemmalta oikealle ja ylhäältä alas hydrofonimittaus, käänteis Radon-muunnos, Tikhonov-regularisointi ensimmäisen kertaluvun differenssi, Rayleigh, Tikhonov-regularisointi toisen kertaluvun differenssi ja Fourier-kanta esitys. Kuvien spatiaalinen skaala on 6 millimetriä.

Taulukko 1: Painekentän puoliarvoleveydet vaaka(z)- ja pystysuunnassa(y) millimetreinä, fokusoiva ultraäänilähde.

		Hydrofoni	Rayleigh	Käänt. Radon	1. kert.luvun differenssi	2. kert.luvun differenssi	Fourier
	z y	0.857 0.929	0.857 0.857				
180° 180 mit.	z y			0.643 0.714	0.643 0.714	0.643 0.714	0.643 0.714
180° 60 mit.	z y			0.643 0.714	0.643 0.714	0.643 0.714	0.643 0.714

Taulukko 2: Painekentän 6 dB pinta-alat mm^2, fokusoiva ultraäänilähde.

	Hydrofoni	Rayleigh	Käänt. Radon	1. kert.luvun differenssi	2. kert.luvun differenssi	Fourier
	0.6224	0.5714				
180° 180 mit.			0.3673	0.3724	0.3724	0.3827
180° 60 mit.			0.3776	0.3571	0.3520	0.3571

Taulukko 3: Painekentän puoliarvoleveydet vaaka(z)- ja pystysuunnassa(y) millimetreinä, tasoultraäänilähde.

		Hydrofoni	Rayleigh	Käänt. Radon	1. kert.luvun differenssi	2. kert.luvun differenssi	Fourier
	z	4.857	5.643				
	y	4.785	5.643				
180°	z			4.000	5.000	5.000	4.714
180 mit.	y			3.929	4.643	4.571	4.571
180°	z			4.071	5.143	5.000	5.000
60 mit.	y			3.786	4.786	4.571	4.571

Taulukko 4: Painekentän 6 dB pinta-alat mm^2, tasoultraäänilähde.

	Hydrofoni	Rayleigh	Käänt. Radon	1. kert.luvun differenssi	2. kert.luvun differenssi	Fourier
	18.5204	24.4133				
180° 180 mit.			13.2908	18.4388	17.8469	17.4796
180° 60 mit.			13.5459	19.3316	17.9439	18.0459

6 Pohdinta

Tässä tutkielmassa tehtiin erilaisia hydrofoni- ja Schlierenmittauksia fokusoivalle ja tasoultraäänilähteelle. Lineaarisuusmittausten perusteella havaittiin, että teoriaosuuden lineaarisuusoletukset pätevät. Puolestaan aksiaalimittauksissa hydrofonimittauksista saadut tulokset olivat samankaltaisia teoreettisten tulosten kanssa. Myös Schlierentomografian avulla muodostetut aksiaaliset paineen arvot olivat samanlaisia teoreettisten ja hydrofonimittauksesta saatujen paineen arvojen kanssa. Lisäksi Schlierentomografian avulla muodostetut rekonstruktiot ultraäänen tuottamasta painekentästä vastasivat pääpiirteittäin planaarihydrofonimittauksesta saatua ja teoreettisesti laskettua painejakaumaa. Tikhonov-regularisoinnilla ja Fourier-kanta lähestymistavalla saatiin käänteis Radon-muunnosta vastaavia tai parempia rekonstruktioita. Tutkielmassa muodostettiin rekonstruktioita myös vähennetyillä mittauskulmilla. Mittauskulmien vähentäminen ei juurikaan heikentänyt rekonstruktioiden laatua, ainakaan Tihonov-regularisointi tai Fourier-kanta lähestymistavalla, kun ultraäänilähdettä pyöräytettiin 180°. Vajaalla pyöräytyksellä tehdyistä rekonstruktioista ei tullut hyviä, sillä rekonstruktiossa näkyi suuntautuneisuus kulmille, joita ei ollut mitattu.

Mittausten ja teoreettisten arvojen välillä oli eroavaisuuksia, erityisesti fokusoivalla ultraäänilähteellä. Fokusoivan ultraäänilähteen tapauksessa eroavaisuuksia voi selittää se, että Rayleigh-integraali on approksimoiva fokusoiville kentille [6]. Lisäksi teoreettisessa laskennassa käytetyt parametrit, kuten ultraäänen nopeus, eivät välttämättä vastaa täysin mittaustilanteen arvoja. Toisaalta fokusoivan ultraäänilähteen pintaan on voinut muodostua pinta-aaltoja, jotka vaikuttavat mitattuun painekenttään [6]. On myös hyvä muistaa hydrofonin keskiarvoistamisominaisuus, jolla saattaa olla vaikutusta esimerkiksi havaittuun fokuksen kokoon.

Mielenkiintoista on myös se, että fokusoivalla ultraäänilähteellä käänteis Radon-muunnoksella saadaan hyviä rekonstruktioita, mutta tasolähteen tapauksessa ne ovat heikonlaisia. Ilmeisesti tasolähteen tapauksessa Radon-muunnoksen oletukset eivät täysin toteudu, mikä näkyy virheenä rekonstruktiossa. Tikhonov-regularisointi ja Fourier-kanta lähestymistapa näyttävät toimivan yhtä hyvin molemmilla ultraäänilähteillä.

Vaikka eri menetelmillä saadut rekonstruktiot olivat hyvin samankaltaisia, on niiden laskennallinen tehokkuus eri luokkaa. Laskennallisesti nopein oli käänteis Radon-muunnos ja hitain Tikhonov-regularisointi. Vaikka regularisointimenetelmät ovat laskennallisesti raskaita, voidaan niiden avulla huomioida eri virhelähteitä tai informaatiota käytetystä ultraäänilähteestä ja siten mahdollisesti parantaa rekonstruktion laatua. Tällaista mahdollisuutta ei ole käänteis Radon-muunnoksessa.

Hydrofonimittauksella ja Schlierenkuvantamisella saadaan samankaltainen kuva tutkittavasta painekentästä. Schlierenkuvantamisella on kuitenkin useita etuja hydrofonimittaukseen verrattuna. Merkittävimpiä etuja on Schlierenkuvantamisen epäinvasiivisuus ja nopeus. Koko 180° pyöräytys pystyttiin suorittamaan noin tunnissa, kun taas hydrofonilla yhden tason skannaamiseen meni useampi tunti. Lisäksi Schlierenkuvantamislaitteiston käyttövalmiiksi laittaminen on hyvin nopeaa, verrattuna hydrofonimittaukseen. Schlierenkuvantamisessa on myös parempi paikkaresoluutio kuin hydrofonimittauksessa, sillä Schlierenkuvantamisessa resoluutio määräytyy linssien ja CCD-kennon resoluution perusteella, kun taas hydrofonin koko määrittelee hydrofonimittauksen resoluution. Schlierenkuvantamisen etuna on myös se, että sillä voidaan mitata ultraäänen aiheut-

tamat taitekertoimen muutokset läpinäkyvissä nesteissä, kaasuissa ja kiinteissä aineissa [28, 29]. Lisäksi Schlierenkuvantamisella voidaan tutkia ultraäänen heijastumista tai kulkeutumista erilaisten rajapintojen läpi [1, 2, 29]. Hydrofonilla tällaiset mittaukset olisivat hyvin työläitä tai jopa mahdottomia.

Schlierenkuvantamiseen, kuten mihin tahansa muuhun mittausmenetelmään, liittyy virhelähteitä. Yksi mahdollinen virhelähde syntyy jos pyöräytys- ja akustinen akseli eivät ole yhdensuuntaiset. Näin käy esimerkiksi silloin, kun ultraäänilähde ei ole kohtisuorassa. Tutkielmassa käytetyssä Schlierenkuvantamislaitteistossa ultraäänilähteen suoruus voitiin varmistaa vain silmämääräisesti, joten tällaisen virheen ilmeneminen, ainakin jossain määrin, on hyvin mahdollista. Toinen virhelähde Schlierenkuvantamisessa on laserpulssin äärellinen kesto, joka aiheuttaa Schlierenkuvaan aikakeskiarvoistumista. Vaikka laserpulssin kesto mittauksissa käytetyssä laitteistossa on hyvin lyhyt (n. 150 nanosekuntia), on aikakeskiarvoistumisesta aiheutuva virhe suuri (aksiaalinen siirros aallonpituutta kohden on 48 % viitteen [29] mukaan laskettuna). Oman virhelähteensä Schlierenkuvaan aiheuttavat vesitankissa olevat epäpuhtaudet, kuten pölyhiukkaset. Vedessä olevat epäpuhtaudet taittavat myös valoa ja siten ne tulevat näkyviin Schlierenkuvassa. Epäpuhtauksien aiheuttamaa virhettä voidaan vähentää taustanpoistolla. Valitettavasti taustanpoistollakaan ei päästä eroon kaikista epäpuhtauksien aiheuttamista virheistä, jos ne ehtivät hieman liikkua mittausten välillä. Taustanpoistolla päästään eroon myös optisissa komponenteissa olevista epäpuhtauksista. Myös lämpögradientit aiheuttavat valon taittumista ja siten ne saattavat aiheuttaa virhettä Schlierenkuviin. Lämpögradienttien vaikutusta voidaan minimoida veden seisottamisella ennen mittauksia, jolloin mahdolliset lämpögradientit ehtivät tasoittua. Lisäksi on hyvä muistaa, että Schlierenkuvantamisen ominaisuuksiin kuuluu, että sillä saadaan selville vain ultraäänilähteen tuottaman paineen amplitudi, ei paineen merkkiä.

Vaikka jo nyt saadut rekonstruktiot olivat lupaavia, voitaisiin mittauksiin ja rekonstruktioon tehdä tulevaisuudessa parannuksia. Tomografiamittauksissa voitaisiin tehdä 360° pyöräytys 180° pyöräytyksen sijaan, jolloin mahdollisesti rekonstruktioiden laatu paranisi. Lisäksi Schlierenmittauksissa taustakuvan ottaminen heti Schlierenkuvan jälkeen, voisi pienentää vesitankissa olevien epäpuhtauksien aiheuttamaa virhettä. Ultraäänilähteen suoruuden varmistamiseksi Schlierenkuvantamislaitteistossa tulisi kehittää parempi menetelmä. Käytetyssä Schlierenkuvantamislaitteistossa ei myöskään näe suoraan tarkkaa Schlierenkuvan ottoaikaa, vaan se pitää määrittää erikseen oskilloskoopin avulla, joten tätäkin voitaisiin kehittää. Rekonstruktio puolella Tikhonov-regularisoinnin ja Fourier-kanta lähestymistavan laskentaa voitaisiin mahdollisesti nopeuttaa koodin optimoinnilla. Lisäksi tulevaisuudessa voitaisiin kokeilla virhelähteisiin sisältyvän informaation huomioimista rekonstruktiomenetelmissä, esimerkiksi hyödyntäen Bayesiläistä lähestymistapaa [20], ja katsoa johtaisiko se parempiin rekonstruktioihin.

Viitteet

[1] Azuma T., Kawabata K. I., Umemura S. I., Ogihara M., Kubota J., Sasaki A. ja Furuhata H. Schlieren observation of therapeutic field in water surrounded by cranium radiated from 500 kHz ultrasonic sector transducer. *IEEE Ultrason Symp*, 2:1001-1004, 2004.

[2] Barnes R. B. ja Burton C. J. Visual methods for studying ultrasonic phenomena. *J Appl Phys*, 20(3):286-294, 1949.

[3] Bond L. J., Punjani M. ja Saffari N. Review of some recent advances in quantitative ultrasonic NDT. *IEE Proc A, Phys Sci Meas Instrum Manage Educ, Rev*, 131(4):265-274, 1984.

[4] Bucaro J. A., Flax L. ja Carome E. F. Quantitative schlieren visualization of unipolar acoustic transients. *J Acoust Soc Am*, 63(1): 49-54, 1978.

[5] Caliano G., Savoia A. S. ja Iula A. An automatic compact Schlieren imaging system for ultrasound transducer testing. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control*, 59(9):2102-2110, 2012.

[6] Cathignol D., Sapozhnikov O. A. ja Zhang J. Lamb waves in piezoelectric focused radiator as a reason for discrepancy between O'Neil's formula and experiment. *J Acoustic Soc Am*, 101(3):1286-1297, 1997.

[7] Charlebois T. ja Pelton R. Quantitative 2D and 3D Schlieren imaging for acoustic power and intensity measurements. *Medical Electronics*, 789-792, 1995.

[8] Cobbold R. S. *Foundations of biomedical ultrasound.* Oxford University Press, 2007.

[9] Deans S. R. *Radon and Abel Transforms.* The Transforms and Applications Handbook, CRC Press, 2000.

[10] Erikson K. R., Fry F. J. ja Jones J. P. Ultrasound in medicine-a review. *IEEE Trans Sonics Ultrason*, 21(3):144-170, 1974.

[11] Groetsch C. W. *Inverse problems in the mathematical sciences.* Braunschweig: Vieweg, 1993.

[12] Guru B. S ja Hiziroğlu, H. R. *Electromagnetic field theory fundamentals.* Cambridge University Press, 2004.

[13] Hanafy A. ja Zanelli C. I. Quantitative real-time pulsed Schlieren imaging of ultrasonic waves. *IEEE Ultrason Symp*, 1223-1227, 1991.

[14] Hansen P. C. *The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems.* IMM, Department of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark, 1999.

[15] Harris G. R. Hydrophone measurements in diagnostic ultrasound fields. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control*, 35(2):87-101, 1988.

[16] Hauptmann P., Hoppe N. ja Puettmer A. Ultrasonic sensors for process industry. *IEEE Ultrason Symp*, 1:369-378, 2001.

[17] Hill, C. R. Medical ultrasonics: an historical review. *Brit J Radiol*, 46(550):899-905, 1973.

[18] Huttunen, T., Kaipio, J. P. ja Hynynen, K. Modeling of anomalies due to hydrophones in continuous-wave ultrasound fields. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control*, 50(11):1486-1500, 2003.

[19] Jacquelin E., Bennani A. ja Hamelin P. Force reconstruction: analysis and regularization of a deconvolution problem. *J Sound Vib*, 265(1):81-107, 2003.

[20] Kaipio J. and Somersalo E. *Statistical and computational inverse problems*. New York:Springer, 2005

[21] Kak A. C ja Slaney M. *Principles of computerized tomographic imaging*. IEEE Press, New York, 1988.

[22] Kim Y. S., Rhim H., Choi M. J., Lim H. K. ja Choi D. High-intensity focused ultrasound therapy: an overview for radiologists. *Korean J Radiol*, 9(4):291-302, 2008.

[23] Klein W. R., Cook B. D. ja Mayer W. G. Light diffraction by ultrasonic gratings. *Acustica*, 15(2):67-74, 1965.

[24] Klein W. R. ja Cook B. D. Unified approach to ultrasonic light diffraction. *IEEE Trans Sonics Ultrason*, 14(3):123-134, 1967.

[25] Morris, P., Hurrell, A., Shaw, A., Zhang, E. ja Beard, P. A Fabry–Pérot fiber-optic ultrasonic hydrophone for the simultaneous measurement of temperature and acoustic pressure. *J Acoustic Soc Am*, 125(6):3611-3622, 2009.

[26] Marczak, W. Water as a standard in the measurements of speed of sound in liquids. *J Acoustic Soc Am*, 102(5):2776-2779, 1997.

[27] Nagendra Nath N. S. The diffraction of light by high frequency sound waves: generalised theory. The asymmetry of the diffraction phenomena at oblique incidence. *Proc Ind Acad Sci*, 4(2):222-242, 1936.

[28] Neumann T. ja Ermert H. A new designed Schlieren system for the visualization of ultrasonic pulsed wave fields with high spatial and temporal resolution. *IEEE Ultrason Symp*, 244-247, 2006.

[29] Neumann T. ja Ermert H. Schlieren visualization of ultrasonic wave fields with high spatial resolution. *Ultrasonics*, 44:e1561-e1566, 2006.

[30] O'Neil H. Theory of focusing radiators. *J Acoust Soc Am*, 21(5):516-526, 1949.

[31] Pitts T. A. ja Greenleaf J. F. Three-dimensional optical measurement of instantaneous pressure. *J Acoust Soc Am*, 108(6):2873-2883, 2000.

[32] Precision Acoustics www.acoustics.co.uk, luettu 15.10.2014.

[33] Preston R. C. *Output measurements for medical ultrasound*. Springer, 1991.

[34] Radon J. Über die bestimmung von funktionen durch ihre integralwerte längs gewisser mannigfaltigkeiten. *Ber Verh Säch Akad Wiss Leipzig*, 69:262–277, 1917. Englannin kielinen käännös: Radon J.; Parks P.C. On the determination of functions from their integral values along certain manifolds. *IEEE Trans Med Imag*, 5(4):170–176, 1986.

[35] Raman C. V. ja Nagendra Nath N. S. The diffraction of light by high frequency sound waves: Part I. *Proc Ind Acad Sci*, 2(4):406-412, 1935.

[36] Raman C. V. ja Nagendra Nath N. S. The diffraction of light by high frequency sound waves: Part II. *Proc Ind Acad Sci*, 2(4):413-420, 1935.

[37] Raman C. V. ja Nagendra Nath N. S. The diffraction of light by high frequency sound waves: Part III. *Proc Ind Acad Sci*, 3(1):75-84, 1936.

[38] Raman C. V. ja Nagendra Nath N. S. The diffraction of light by high frequency sound waves: Part IV. *Proc Ind Acad Sci*, 3(2):119-125, 1936.

[39] Reibold R. ja Molkenstruck W. Light diffraction tomography applied to the investigation of ultrasonic fields. Part I: Continuous waves. *Acustica*, 56(3):180-192, 1984.

[40] Riley W. A. ja Klein W. R. Piezo-optic coefficients of liquids. *J Acoust Soc Am*, 42(6):1258-1261, 1967.

[41] Schneider B. ja Shung K. K. Quantitative analysis of pulsed ultrasonic beam patterns using a Schlieren system. *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Control*, 43(6):1181-1186, 1996.

[42] ter Haar G. *The safe use of ultrasound in medical diagnosis*. British Institute of Radiology, London, UK, 3 rd edition, 2012.

[43] ter Haar G. ja Coussios C. High intensity focused ultrasound: past, present and future. *Int J Hyperthermia*, 23(2):85-87, 2007.

[44] ter Haar G. ja Coussios C. High intensity focused ultrasound: physical principles and devices. *Int J Hyperthermia*, 23(2):89-104, 2007.

[45] Tikhonov A. N. ja Arsenin V. Y. *Solutions of Ill-posed Problems*. Winston-Wiley, New York, 1977.

[46] Vilkhu K., Mawson R., Simons L. ja Bates D. Applications and opportunities for ultrasound assisted extraction in the food industry—A review. *Innov Food Sci Emerg Technol*, 9(2):161-69, 2008.

[47] Wells, P. N. T. Ultrasound imaging. *Phys Med Biol*, 51(13):R83-R98, 2006.

[48] Williams E. G. *Fourier acoustics: sound radiation and nearfield acoustical holography*. Academic Press, New York, 1999.