

Frisbeen lentämisen fysiikkaa

Paavo Immonen

Pro gradu -tutkielma

Toukokuu 2016

Fysiikan ja Matematiikan laitos

Itä-Suomen yliopisto

Paavo Immonen

Fysiikan Pro gradu -tutkielma, 48 sivua

Itä-Suomen yliopisto

Fysiikan koulutusohjelma

Fysiikan aineenopettajakoulutus

Työn ohjaajat

FT Risto Leinonen

FT Ville Nivalainen

Tiivistelmä

Työssä selvitettiin frisbeen lentämisen fysiikan teoriasisältö ja tutkittiin kahden eri heittotekniikan eroja lähtö- ja pyörimisnopeuden osalta. Bernoullin periaatteen takia frisbeegolfkiekkoon kohdistuu nostovoima, jonka ansioista kiekko lentää. Kiekon pyöriminen sekä vakauttaa sen lentoa, että aiheuttaa s-kirjaimen muotoisen lentoradan. Koska kiekon pyöriminen vaikuttaa sen lentorataan, on ilmiötä selittäessä tarkasteltava myös gyroskoopin toimintaa. Kiekon lentoradan muotoon vaikuttaa eniten kiekon lähtönopeus, pyörimisnopeus, hitausmomentti, sen muoto, kohtauskulma ja kallistuma. Frisbeegolfkiekkojen erilaiset lentoradat johtuvat kiekkojen erilaisista muodoista ja hitausmomenteista.

Teoriasisällön avulla asetettiin tutkimukselle seuraavanlainen hypoteesi: *Samalla lähtönopeudella heitettäessä kämmenheitossa kiekko pyörii hitaammin kuin rystyheitossa.* Mittaus suoritettiin heittämällä frisbeegolfkiekko videokameran alta, joka kuvasi 240 kuvaa sekunnissa. Kuvanauhasta pystyttiin videonanalysointiohjelmalla määrittämään kiekon lähtö- ja pyörimisnopeus kaikissa heitoissa. Tuloksista selvisi, että asetettu hypoteesi oli täysin oikea. Lisäksi selvisi, että yksittäisten heittäjien osalta lähtö- ja pyörimisnopeuden suhteet ovat yhdenmukaisia. Jokaiselle heittäjälle on kehittynyt omanlainen tapa heittää ja jokainen pystyy heittämään omalla lähtö- ja pyörimisnopeuden suhteella useita heitoja ilman vaihtelua. Kuitenkin eri heittäjien välillä havaittiin isoja eroja. Tulos osoittaa pyörimisnopeuden olennaisen vaikutuksen kiekon lentorataan ja nimenomaan eri pyörimisnopeuksien takia sama kiekko käyttäytyy eri tavalla rysty- ja kämmenheitossa.

1	Johdanto	1
2	Frisbeen lentämisen fysiikka	3
2.1	Käsitteitä	3
2.2	Tyypillinen oikean käden rystyheiton lentorata	5
2.3	Bernoullin periaate	6
2.4	Magnus-efekti	12
2.5	Gyroskoopin toiminta	13
2.6	Epäsymmetrinen nostovoima	20
2.7	Frisbeen lentoradan syy	21
2.8	Frisbeegolfkiekkojen erilaisuus	22
2.9	Kiekon lentorataan vaikuttavat tekijät	26
2.9.1	Lähtönopeus	27
2.9.2	Pyörimisnopeus	28
2.9.3	Kiekon hitausmomentti	28
2.9.4	Kiekon muoto ja kohtauskulma	29
2.9.5	Kiekon kallistuma	30
3	Tutkimuksen toteutus	31
3.1	Hypoteesi	31
3.2	Mittaukset ja analyysi	32

4 Tulokset	35
5 Pohdinta	39
Viitteet	45
Liite A Frisbeen painejakauma	47
Liite B Tutkimuksen mittaustulokset	48

Luku I

Johdanto

Aurinkoisena kesäpäivänä on mukava astua frisbeegolfväylän alkuun ja alkaa suunnitella mielessään, kuinka kiekon lentoradan saisi sovitettua väylälle. Valitaan sopiva kiekko tuuliolosuhteiden ja oman kuvitellun lentoradan mukaan. Valmistaudutaan heittoon ja heitetään kiekko ilmaan. Kiekko lentää juuri niin kuin suunniteltiin kauniisti väistellen esteitä laskeutuen yli sadan metrin päähän korin lähettyville. Onnistumisen tunne on mahtava. Frisbeegolfin hienous löytyy heiton suunnittelusta ja toteutuksesta. Välillä tapahtuvat täydelliset heitot tuovat lajin parissa erittäin suurta mielihyvää. Myös vanha sanonta: *"toisaalta lajissa kiehtoo lähinnä sen helppous"*, pitää frisbeegolfin osalta varsin hyvin paikkaansa. Aloittelijakin voi yksittäisellä väylällä tehdä kovan tuloksen, mutta kokonaiselle radalle kovan tuloksen tekeminen vaatii kuitenkin todella pitkäjänteistä harjoittelua ja lahjakkuutta. Lisäksi laji on helppo ja halpa aloittaa.

Frisbee on yllättävän uusi keksintö. Nimittäin vasta 1958 myönnettiin ensimmäisen frisbeen patenti Walter Frederik Morrisonille. Tämän jälkeen frisbeen heittelyn suosio on ollut kasvussa. Ei ollut ihme, että pian vuonna 1967 syntyi ensimmäiseksi lajiksi Ultimate. Tämän perässä seurasi frisbeegolf. Frisbeegolfia alettiin pelata vasta 1970-luvulla, joten lajina se on todella uusi. [1]

Tästä syystä tutkimuksia frisbeegolfiin liittyen on hyvin hankala löytää. Ultimate frisbeetä on tutkittu jonkin verran. Esimerkiksi Potts J. ja Crowther W. ovat tutkineet tutkimuksessaan [2] frisbeen aerodynamiikkaa tuulitunnelissa. Frisbee on loppujen lopuksi yksinkertainen versio liitolentokoneen siiven ja helikopterin pyörivän roottorin yhdistelmästä. Tästä syystä helikopteriin ja liitolentokoneeseen liittyviä tutkimuksia

pystytään käyttämään apuna frisbeen tutkimisessa. Frisbeegolfin tutkimuksen erityispiirteenä on erilaiset kiekot ja niiden käyttäytyminen. Ultimate frisbeetä koskevat tutkimukset eivät puutu tähän osa-alueeseen ollenkaan.

Työn tarkoituksena on selvittää frisbeegolfkiekon lentämisen teoriasisältö ja tutkia eri heittotekniikoiden eroja lähtö- ja pyörimisnopeuden osalta. Luvussa 2 esitellään frisbeen lentämiseen tarvittava fysiikan teoriasisältö. Sisällön tärkeimpiä osia ovat Bernoullin periaatteesta johtuva siiven nostovoima ja gyroskoopin prekessioliikkeeseen vaikuttavat tekijät. Näiden kahden sisällön avulla voidaan selittää frisbeen lentoradan syy ja vertailla frisbeegolfkiekkojen erilaisuutta. Luvussa 3 käsitellään tutkimuksen toteutusta, asetetaan hypoteesi ja selitetään, kuinka aineisto on analysoitu. Luvussa 4 esitellään tutkimuksen tulokset. Lopuksi luvussa 5 pohditaan mahdollisia virhelähteitä, spekuloidaan teoriaosiota, esitetään jatkotutkimusideoita ja pohditaan tutkimuksen hyötyä opettamisen kannalta.

Frisbeen lentämisen fysiikka

Tässä luvussa käsitellään frisbeegolfkiekon lento-ominaisuuksien syitä ja esitellään tarvittava fysiikan sisältö. Luvussa selitetään frisbeen lentoon liittyvät käsitteet ja kiekon lentorataan vaikuttavat tekijät. Lisäksi käsitellään frisbeegolfkiekkojen erilaisuutta.

2.1 Käsitteitä

Frisbeen lentoon liittyy useita käsitteitä. Tässä luvussa määritetään olennaisia käsitteitä.

Ilmanopeus

Nopeus on aina suhteellinen suure. Kappaleen nopeuden voi määrittää vain, jos vertaa kappaleen liikettä toiseen kappaleeseen. Näin frisbeegolfkiekollakin on useita eri nopeuksia riippuen mihin kappaleeseen sen liikettä verrataan. Kun kiekon liikettä verrataan sitä ympäröivään ilmaan puhutaan ilmanopeudesta.

Maanopeus

Toisaalta vertaamalla kiekon liikettä sen alapuolella olevaan maahan puhutaan maanopeudesta. Esimerkiksi tuulen takia frisbeegolfkiekon maa- ja ilmanopeus ovat lähes aina erisuuret.

Painekeskkipiste

Frisbeegolfkiekon pohjaan muodostuu tietynlainen painejakauma. Paine ei siis ole vakio kiekon alapinnalla. Tämän ilmiön kuvaamiseksi on hyödyllistä muodostaa malli painekeskkipisteestä. Mikäli kiekon alapinta jaetaan infinitesimaalisen pieniin osiin, niin painekeskkipisteen koordinaatit (x_{cop}, y_{cop}) saadaan integroimalla

$$x_{cop} = \frac{\int x \cdot p(x) dx}{\int p(x) dx} \quad (2.1)$$

$$y_{cop} = \frac{\int y \cdot p(y) dy}{\int p(y) dy} \quad (2.2)$$

missä $p(x)$ = kiekonpohjaan kohdistuva paine x :n funktiona, $p(y)$ = kiekonpohjaan kohdistuva paine y :n funktiona

On nyt huomattava, että painekeskkipiste on samanlainen malli kuin massakeskipiste. Se kuvaa pistettä, johon paine keskimäärin kohdistuu kiekonpohjassa. [3]

Nostovoima

Nostovoima on kiekon lentäessä painekeskkipisteeseen kohdistuva voima, joka johtuu Bernoullin periaatteesta. Luvussa 2.3 käsitellään tarkemmin nostovoimaa.

Prekessioliike

Prekessioliike on mahdollista tapahtua vain pyörivälle kappaleella. Prekessioliike tarkoittaa sitä, että jonkin voiman vuorovaikuttaessa kappaleeseen sen nopeus ei muutu voiman suuntaan vaan prekessioliikkeen suuntaan. Prekessioliike on siis pyörivän kappaleen liikettä johonkin muuhun suuntaan kuin siihen suuntaan mihin kappale jo valmiiksi pyörii. Esimerkiksi ilmassa lentävän ja pyörivän frisbeegolfkiekkoon kohtisuorasti kohdistuva voima kallistaa kiekkoa eri suuntaan kuin voiman suuntaan. Tarkemmin ilmiö selitetään luvussa 2.5.

2.2 Tyypillinen oikean käden rystyheiton lentorata

Kun frisbeegolfkiekon heittää oikealla kädellä vasemmalta puolelta vartaloa, kutsutaan heittoa oikean käden rystyheitoksi. Tällä heittotavalla heitettäessä kiekko pyörii aina ylhäältäpäin katsottuna myötäpäivään. Jatkossa puhuttaessa kiekon lentoradan eri vaiheista on kyseessä aina oikean käden rystyheitto.

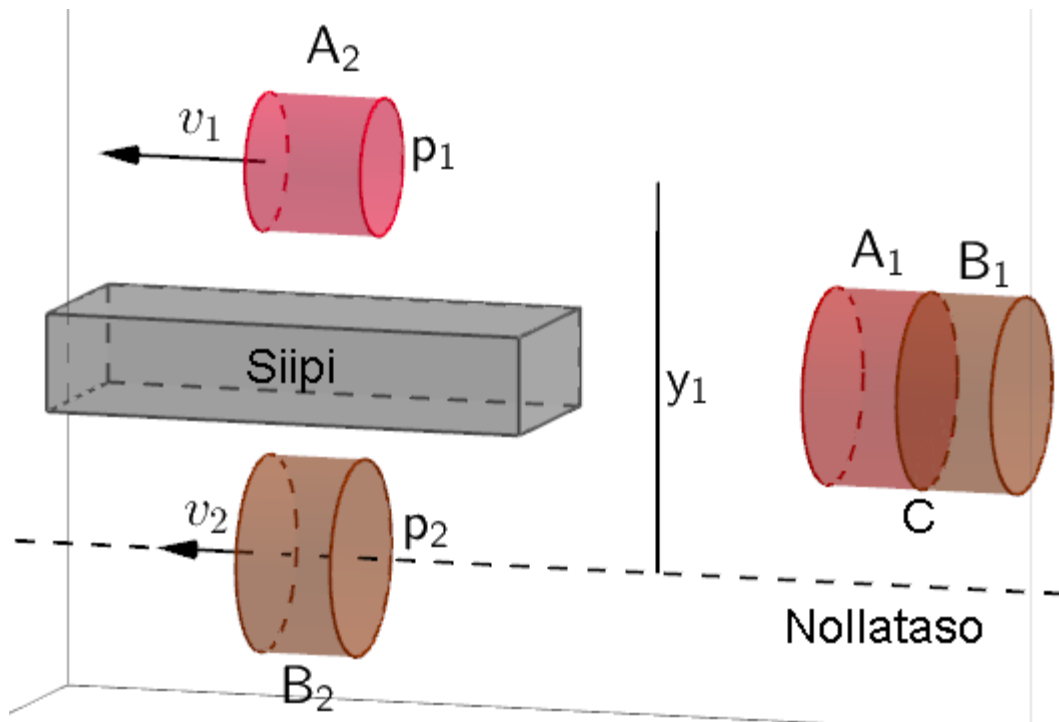


Kuva 2.1 Tyypillinen kiekon lentorata heitettäessä oikeankäden rystyheittoa a) videolla [4] b) simuloitu lentorata ylhäältäpäin. [5]

Alkulennon ajan kiekko pyrkii kaartamaan loivasti oikealle kuten kuvassa (2.1) . Tätä vaihetta lennosta kutsutaan nimellä *turn*. Tämän jälkeen kiekko pyrkii kaartamaan voimakkaasti vasemmalle, jolloin kiekko menettää paljon korkeuttaan pudoten maahan. Tätä vaihetta lennosta kutsutaan nimellä *fade*. Toisinaan kiekko voi koko lennon ajan kaartaa oikealle, jolloin se ei ehdi saavuttaa fade-vaihetta, ennen kuin osuu maahan. Toisaalta on mahdollista, että kiekko lentää vain rajusti vasemmalle heti heiton irrottua kädestä. Tällöin kiekon turn-vaihe on hyvin lyhyt ja lento on pääasiassa vain fade-vaihetta.

2.3 Bernoullin periaate

Frisbeegolfkiekko lentää ilmassa saman periaatteen nojalla kuin lentokone. Tästä syystä käsitellään seuraavaksi lentokoneen siiven toimintaa. Siipeen kohdistuu samalla tavalla nostovoima ja ilmanvastus kuin mitä frisbeegolfkiekkoonkin .

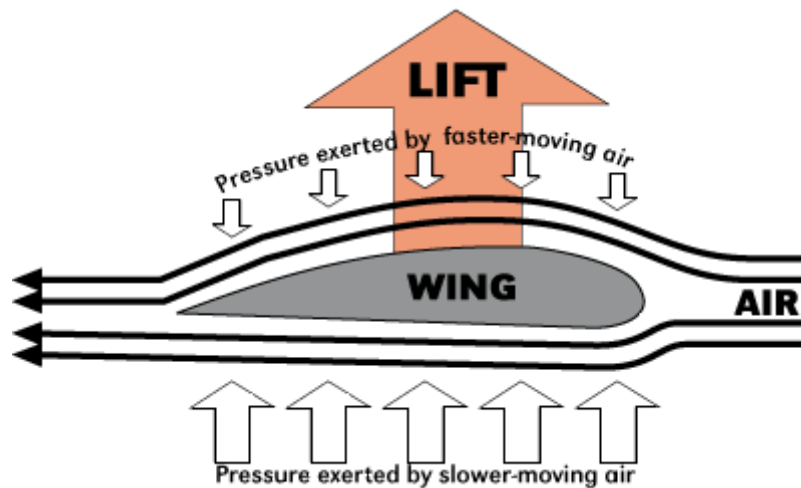


Kuva 2.2 Bernoullin yhtälön suureiden merkitykset.

Tarkastellaan siiven etupuolella kuvan (2.2) mukaista sylinterin C muotoista ilmatilavuutta. Jaetaan tämä sylinteri C kahteen osaan A_1 ja B_1 sylinterin pohjan suuntaisesti. Nyt Bernoullin yhtälö pätee sylinterien A_1 ja B_1 välillä. Seuraavaksi sylinterin A_1 sisältämä ilma liikkuu sylinterin A_2 sisälle. Näin ollen Bernoullin yhtälö pätee sylinterien A_1 ja A_2 välillä. Toisaalta sylinterin B_1 sisältämä ilma liikkuu sylinterin B_2 sisälle, joten Bernoullin yhtälö pätee myös sylinterien B_1 ja B_2 välillä. Nyt implikaation perusteella voidaan näyttää, että Bernoullin yhtälön täytyy päteä myös sylinterien A_2 ja B_2 välillä. Näin lentokoneen siiven ympäri virtaava ilma noudattaa Bernoullin yhtälöä

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2 \quad (2.3)$$

missä p_1 = paine siiven yläpuolella (Pa), p_2 = paine siiven alapuolella (Pa), v_1 = ilman nopeus siiven yläpuolella ($\frac{m}{s}$), v_2 = ilman nopeus siiven alapuolella ($\frac{m}{s}$), ρ = ilman tiheys ($\frac{kg}{m^3}$), g = putoamiskiihtyvyyys ($\frac{m}{s^2}$), y_1 = siiven yläpinnan korkeus valitusta nolllapisteestä (m), y_2 = siiven alapinnan korkeus valitusta nolllapisteestä (m)

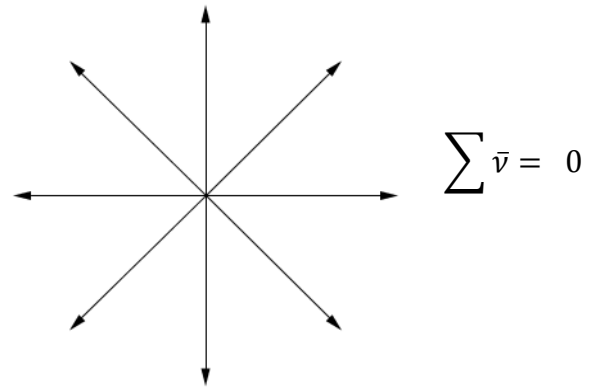
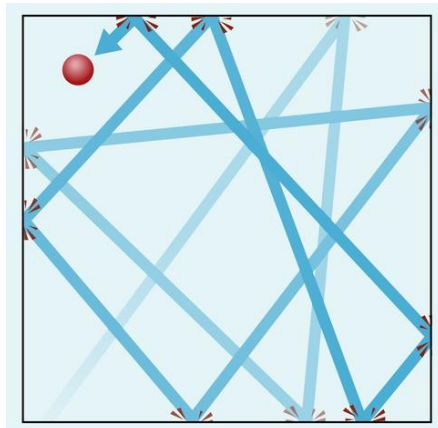


Kuva 2.3 Siipeen aiheutuva nostovoima johtuu siiven alapuolella olevasta korkeammasta paineesta. [6]

Nyt yhtälö (2.3) voidaan kirjoittaa myös muodossa

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gy = \text{vakio} \quad (2.4)$$

Jos tarkastellaan ensin siiven yli virtaavaa ilmaa, niin ilman nopeus kasvaa siiven kohdalla. Tämä johtuu siiven muodosta. Siiven yläpuolen kautta ilmalla on pitempi matka kuljettavana kuin mitä sillä olisi, jos ilma virtaisi suoraan siiven läpi. Näin ollen yhtälön (2.4) toinen termi kasvaa. Toisaalta tämän yhtälön kolmas termi eli ilman aiheuttama hydrostaattinen paine pysyy lähes vakiona, koska $y_1 \approx y_2$. Lopulta yhtälön (2.4) vasemman puolen tulee kuitenkin pysyä vakiona. Näin ollen paineen on pakko pienentyä, kun ilman virtausnopeus kasvaa. Koska siiven muodosta johtuen ilma virtaa siiven yläpuolella nopeammin kuin alapuolella, niin ilmanpaine on pienempi siiven yläpuolella kuin mitä se on siiven alapuolella. Tämä paine-ero aiheuttaa voiman ylöspäin kuten kuvassa (2.3). Tätä voimaa kutsutaan jatkossa nimellä nostovoima \bar{N} . [7]

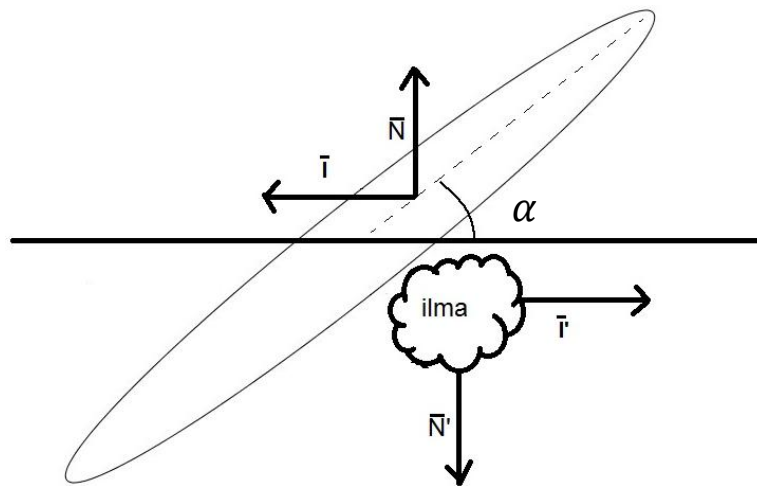


Kuva 2.4 Ideaalikaasun käyttäytyminen laatikossa, jolloin nopeusvektorien \vec{v} summa on nolla. [8]

Seuraavaksi tarkastellaan samaa ilmiötä hieman tarkemmin mikrotasolla. Ideaalikaasun ollessa suljetussa astiassa suuri määrä atomeita törmäilee kaikkiin laatikon seiniin yhtä paljon kuten kuvassa (2.4). Tämä johtuu siitä, että atomien yhteen laskettu keskimääräinen nopeus on nolla. Tämä ei tarkoita sitä, että atomit olisivat paikoillaan, vaan atomit liikkuvat keskimäärin yhtä paljon kaikkiin suuntiin, joten nopeuksien vektorisummasta tulee nolla. Voidaankin sanoa, että tietty tilavuus kaasua on paikoillaan, vaikka atomit siis liikkuvat. Laatikon seiniin kohdistuva paine siis aiheutuu näistä atomien törmäyksistä. Koska tässä tapauksessa törmäyksiä on yhtä paljon kaikkiin laatikon seiniin, paine on vakio jokaisen laatikon seinän kohdalla ja myös laatikon sisällä. [7]

Jos seuraavaksi tarkastellaan siiven yli virtaavaa ideaalikaasua, atomien keskimääräinen nopeus ei ole enää nolla ja sen suunta on kaasun virtaussuunta. Tämä johtuu siitä, että tietty tilavuus kaasua liikkuu suhteessa siipeen. Jos tätä tilannetta verrataan edellä esitettyyn laatikossa olevaan kaasuun, niin atomit eivät törmäile kaikkiin seiniin yhtä usein. Kaasun atomit törmäilevät nyt siis harvemmin siiven pintaan, koska keskimääräinen nopeus on yhdensuuntainen siiven pinnan kanssa. Atomien törmäysten määrä aiheuttaa paineen siiven yläpintaan, joten kun törmäyksiä on vähemmän, niin myös paine pienenee. Mitä suurempi ilman virtausnopeus on sitä harvemmin atomit törmäivät siipeen ja siten myös paine pienenee virtausnopeuden kasvaessa.

Pelkän Bernoullin yhtälön avulla ei pystytä selittämään nostovoimaa aivan lopullisesti ja kokonaan. Tämä johtuu siitä, että lentokoneella pystyy lentämään myös väärinpäin. Pelkän Bernoullin yhtälön selityksen mukaan nostovoima aiheutuu siiven muodosta. Kun lentokone on väärinpäin, niin ilman tulisi virrata nopeammin siiven alapuolella, jolloin nostovoima painaisi lentokonetta alaspäin. Näin ollen lentokone tippuisi alas. On otettava huomioon siiven ja ilman kohtauskulma α .



Kuva 2.5 Siiven kohtauskulma α ilman kanssa.

Kun kohtauskulma on lähellä nollaa, nostovoima aiheutuu enimmäkseen vain siiven muodosta. Siiven muodon takia siiven yläpuolelta ilma virtaa nopeammin kuin alapuolelta. Kun kohtauskulma kasvaa, niin siiven alapuolella ilma törmää siipeen. Näin ollen ilman nopeus hidastuu ja ilman nopeuden suunta muuttuu alaspäin. Siipi siis painaa ilmaa alaspäin ja taaksepäin. Näin ollen siipi aiheuttaa voiman \bar{N}' ilmaan. Nyt Newtonin kolmannen lain nojalla ilma aiheuttaa yhtä suuren, mutta vastakkaisuuntaisen voiman \bar{N} siipeen. Tämä voima \bar{N} on siis siipeen kohdistuva nostovoima. Lentokoneella pystyy siis lentämään väärinpäin, jos kohtauskulma on tarpeeksi suuri. Tällöin siiven muoto ei ole niin tärkeässä roolissa. Toisaalta ilman törmätessä siiven alapintaan sen nopeus hidastuu eli siihen kohdistuu voima \bar{I}' . Newtonin kolmannen lain nojalla syntyy siis voima \bar{I} siipeen, jota kutsumme ilmanvastukseksi. Sen lisäksi, että ilma pitää lentokoneen ilmassa, se myös pyrkii hidastamaan sen liikettä. Lennettäessä väärinpäin siiven kohtauskulman tulee olla suuri, jolloin myös ilmanvastus on huomattavasti suurempi. [9] Ilmanvastuksen I riippuvuuden siiven nopeudesta ja kohtauskulmasta α nähdään yhtälöstä (2.5).

$$\bar{I} = \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 A_{\alpha} C_I \quad (2.5)$$

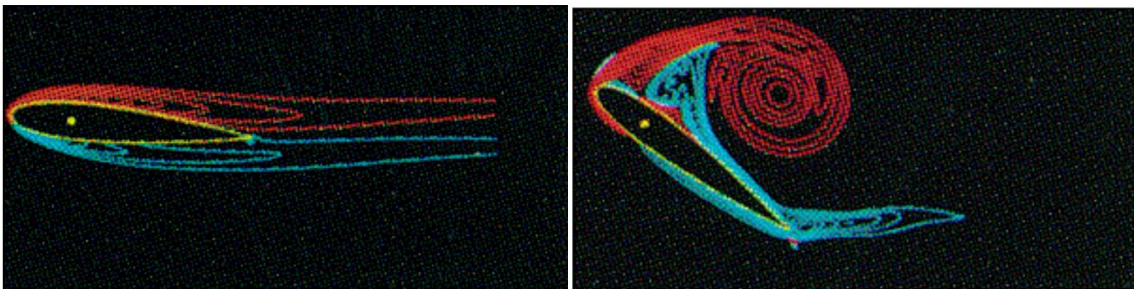
missä ρ = ilman tiheys ($\frac{kg}{m^3}$), \bar{v} = siiven/kiekon ilmanopeus ($\frac{m}{s}$), A_{α} = siiven/kiekon kohtauspinta-ala (m^2), joka riippuu kohtauskulmasta α (rad), C_I = ilmanvastuskerroin (drag coefficient) [10]

Kohtauskulman kasvaessa myös siiven ja ilman välinen kohtauspinta-ala kasvaa. Näin ollen suurempi kohtauskulma aiheuttaa suuremman ilmanvastuksen. Toisaalta nostovoima \bar{N} riippuu yhtälöstä (2.6).

$$\bar{N} = \frac{1}{2} \rho \bar{v}^2 A_{\alpha} C_N \quad (2.6)$$

missä C_N = nostovoimakerroin (lift coefficient) [10]

On siis huomattava, että nostovoima \bar{N} on sitä suurempi mitä nopeammin siipi liikkuu, koska nopeammin liikkeessa siipi työntää enemmän ilmaa alaspäin ja lisäksi paine siiven yläpuolella pienenee nopeuden kasvaessa. Toisaalta mitä suurempi kohtauskulma α on, sitä suurempi on nostovoima. Tämä johtuu siitä, että kohtauskulman kasvaessa siiven kohtauspinta-ala kasvaa, jolloin yhtälön (2.6) nojalla myös nostovoima kasvaa. [9] Siipeen kohdistuva nostovoima aiheutuu siis sekä siiven muodosta, että sen kohtauskulmasta. Näin ollen tarvitaan kahden selitystavan yhdistelmä selittämään, mistä nostovoima frisbeegolfkiekkoon ja lentokoneen siipeen johtuu.

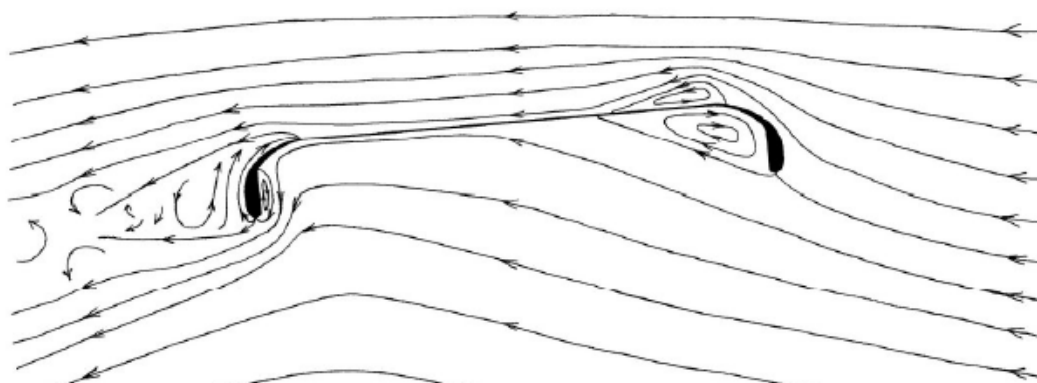


Kuva 2.6 Suurella kohtauskulmalla lentokoneen siipi sakkaa. [6]

Siiven kohtauskulman kasvaessa liian suureksi saavutetaan kulma, jolloin yhtäkkiä nostovoima ei enää vaikuta siipeen ollenkaan. Ilman edetessä siiven pintaa pitkin tasaisissa rinnakkaisissa kerroksissa, kutsutaan ilmanvirtausta laminaariseksi. Vasemmasta kuvasta (2.6) nähdään, että pienellä kohtauskulmalla ilmavirta on

laminaarista siiven molemmilla puolilla. Näin ollen siiven syntyy nostovoima, kuten edellä ollaan todettu. Oikean puoleisesta kuvasta (2.6) nähdään, että suurella kohtauskulmalla ei ilmavirta ole enää laminaarista vaan siiven yläpuolelle aiheutuu pyörre. Pyörteistä ilmavirtaa kutsutaan turbulentsiksi. Turbulenssien takia ilman nopeus siiven yläpuolella hidastuu. Näin ollen siiven eripuolilla ei ole enää ilman nopeuseroa. Ilma voi liikkua nyt jopa hitaammin siiven yläpuolella. Tästä syystä nostovoima ei enää vaikuta siiven ja lentokone alkaa tippua taivaalta nopeasti. Tätä ilmiötä kutsutaan lentokoneen siiven sakkaamiseksi. Sama ilmiö tapahtuu frisbeegolfkiekolle, jos kohtauskulma on liian suuri. Siiven kohtauskulmaa kutsutaan kriittiseksi, jos siipi sakkaa tällä kulmalla. Kriittinen kohtauskulma riippuu useasta tekijästä, mutta lentokoneen siiven osalta se on yleensä $8^\circ - 20^\circ$. [6]

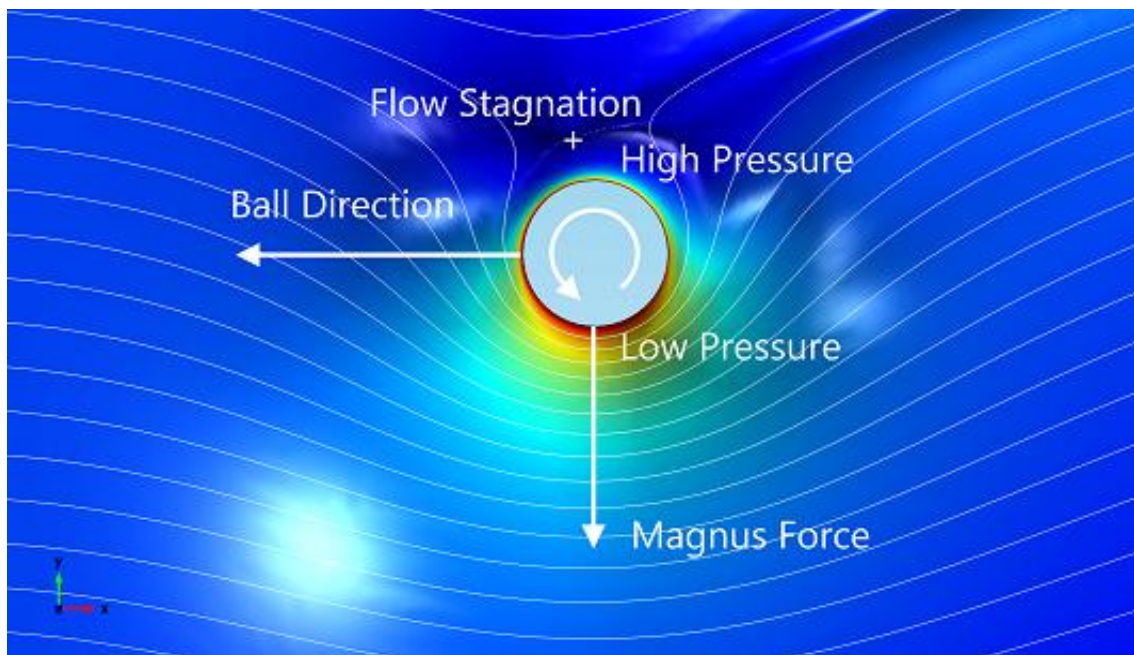
Frisbeegolfkiekon tapauksessa ilmavirta on osittain laminaarista ja osittain turbulentsista jo pienillä kohtauskulmilla. Kuvasta (2.7) nähdään, että kiekon etulaidassa on pyörre ja ilmavirta törmää kiekon takalaitaan. Ilman keskimääräinen nopeus on kiekon takalaidassa siis kohti kiekon pintaa. Näin ollen kiekon alapuolen takalaitaan kohdistuva paine on suurempi kuin kiekon etulaitaan kohdistuva paine. Toisaalta ilmavirta on kuvan (2.7) perusteella kiekon yläpinnan suuntaista, joten paine kiekon yläpuolella on pienempi kuin alapuolella. Edellä mainittujen perusteluiden ja kuvan (2.19) perusteella voidaan sanoa, että kiekon alapinnan paineakeskipiste on selkeästi massakeskipisteen takana pienillä kohtauskulmilla. Liitteen (A) kuvasta (A.1) nähdään myös paineakeskipisteen paikka eri kohtauskulmilla.



Kuva 2.7 Kaksiulotteinen viivapiirros ilmanvirtauksesta, kun kiekko ei pyöri ja kohtauskulma on 5° . Ilma virtaa kuvassa oikealta vasemmalle. [2]

2.4 Magnus-efekti

Jalkapallossa niin sanottu banaani-potku tarkoittaa potkua, jonka seurauksena pallon lentorata on ylhäältäpäin katsottuna kaareva. Samalla tavalla pingispallon kierre kaarruttaa pingispallon lentorataa merkittävästi. Jalkapallon ja pingispallon lentoradan kaareutuminen johtuu ilmiöstä nimeltä magnus-efekti.



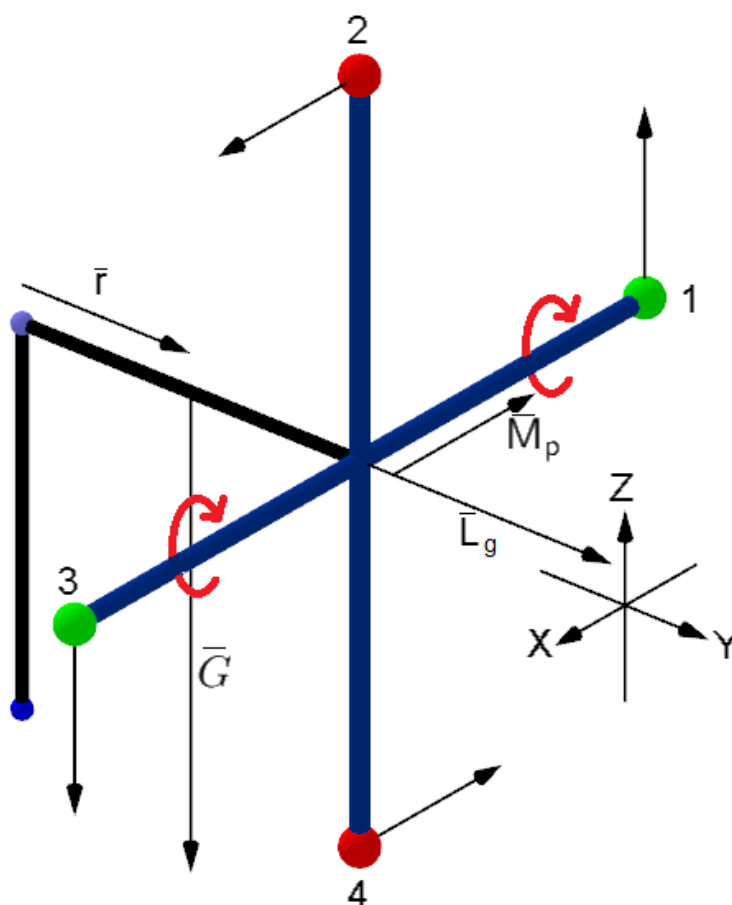
Kuva 2.8 Ilmassa vasemmalle liikkuvan ylhäältäpäin kuvattun jalkapallon ohi virtaava ilma ja pyörimisestä johtuva paine-ero pallon eri puolilla. [11]

Kuvasta (2.8) nähdään, että ylhäältäpäin kuvattu pallo siirtää edestään pyörimisen takia ilmavirtaa pallon vasemmalle puolelle. Ilma virtaa siis nopeammin pallon takaapäin katsuttuna vasemmalla puolella ja näin ollen Bernoullin periaatteen nojalla paine on matala. Vastaavasti, koska suurin osa ilmasta kiertää pallon vasemmalta puolelta, niin pallon oikealla puolella ilmanvirtaus hidastuu, ja näin ollen Bernoullin periaatteen nojalla paine on korkea. Tämä paine-ero aiheuttaa siis voiman vasemmalle, jota kutsutaan Magnus-voimaksi. Näin ollen suoraan potkaistu kuvan (2.8) mukaisesti pyörivän pallon lentorata kaareutuu vasemmalle. Tätä pyörivän pallon tai sylinterin lentoradan muutoksen aiheuttavaa ilmiötä kutsutaan Magnus-efektiksi sen keksineen tiedemiehen Gustav Magnuksen mukaan. Magnus-efekti vaikuttaa nimenomaan pallon reunoihin tai sylinteriin vaippaan. [11] Frisbeegolfkiekko voidaan kuvata sylinterinä,

mutta kiekon sylinterin vaippa on olemattoman pieni. Näin ollen frisbeegolfkiekko ei juurikaan muuta ilmanvirtausta sen vasemman ja oikean reunan välillä. Tästä syystä Magnus-efektistä johtuva Magnus-voima on hyvin pieni. Näin ollen Magnus-efekti ei juurikaan vaikuta kiekon lentorataan. [12]

2.5 Gyroskoopin toiminta

Frisbeegolfkiekko toimii samalla tavalla kuin lentokoneen siipi, mutta sen lisäksi se myös pyörii. Pyörimisen takia frisbeegolfkiekko käyttäytyy ilmassa kuin lentävä gyroskooppi. Näin ollen gyroskoopin toiminnan ymmärtäminen on tärkeä osa frisbeen lentoa.



Kuva 2.9 Gyroskoopin toiminnan selittämiseen käytetty malli gyroskoopista. [13]

Gyroskoopin toimintaa on helpompi tutkia kuvan (2.9) mukaisen mallin avulla. Mallinnetaan gyroskooppia neljän rautapallon avulla, jotka on numeroitu yhdestä neljään. Lisäksi samantapaisen sijainnin takia palloja 1 ja 3 kutsutaan vihreiksi palloiksi sekä palloja 2 ja 4 punaisiksi palloiksi. Pallot ovat kiinni toisissaan kuvan (2.9) mukaisella massattomalla kehikolla. Kuvassa (2.9) jokaisen pallon nopeus on merkattu vektorilla. [13]

Gyroskoopin kehikon pyöriessä nopeasti gyroskooppi voidaan asettaa kuvan (2.10) mukaisesti tikun päälle. Tällöin gyroskooppi ei kaadu painovoiman suuntaan (weight-nuoli) vaan lähtee pyörimään prekessionuolen suuntaisesti kuten kuvassa (2.10). Painovoiman aiheuttama momentti \bar{M}_p saadaan ristitulosta

$$\bar{M}_p = \bar{r} \times \bar{G} \quad (2.7)$$

missä \bar{r} = voiman varsi (m) ja \bar{G} = painovoima (N).

Ristitulon takia momentti \bar{M}_p on negatiivisen x-akselin suuntaan ja gyroskoopin kehikon pyörimismäärän \bar{L}_g suunta on positiivisen y-akselin suuntaan kuten kuvassa (2.9). Nyt momentti \bar{M}_p saa aikaan pyörimismäärän \bar{L}_g muutoksen negatiivisen x-akselin suuntaan, joten gyroskooppi lähtee pyörimään prekessionuolen suuntaan. [7]

Gyroskoopin prekessioliikkeen pyörimisnopeus ω_{pr} saadaan yhtälöstä

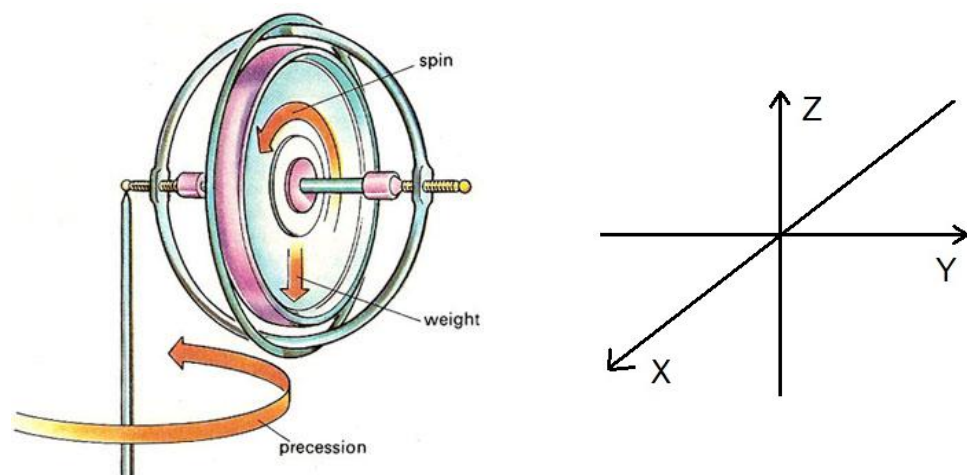
$$\omega_{pr} = \frac{M_p}{L_g} = \frac{r m g}{I \omega_g} \quad (2.8)$$

missä m = gyroskoopin massa (kg), g = putoamiskiihtyvyys (m/s^2), I = gyroskoopin hitausmomentti ($kg \cdot m^2$), ω_g = gyroskoopin kehikon pyörimisnopeus (1/s) [14]

Gyroskoopin tapauksessa prekessioliikkeen aiheuttaa painovoima. Vastaavasti frisbeegolfkiekon tapauksessa prekessioliikkeen aiheuttaa nostovoima. Näin ollen muuttamalla painovoiman momentin tilalle nostovoiman momentti saadaan yhtälö (2.8) muotoon, jossa frisbeegolfkiekon prekessioliikkeen pyörimisnopeudeksi ω_f tulee

$$\omega_f = \frac{M_N}{L_f} = \frac{r' N}{I \omega_f} \quad (2.9)$$

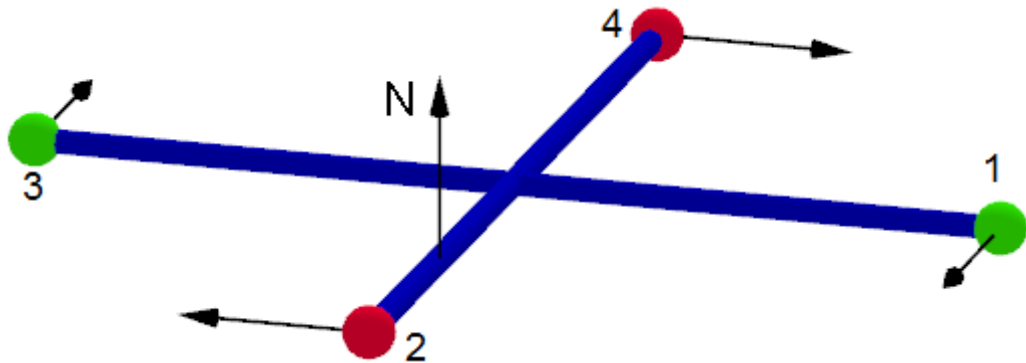
missä m = kiekon massa (kg), I = kiekon hitausmomentti ($kg \cdot m^2$), ω_g = kiekon pyörimisnopeus (1/s), r' = painekeskapisteen etäisyys massakeskipisteestä (m), N = kiekkoon kohdistuva nostovoima (N), M_N = nostovoiman aiheuttama momentti (Nm), L_f = kiekon pyörimismäärä ($\frac{kg \cdot m^2}{s}$)



Kuva 2.10 Gyroskoopin toiminta pyöriessään tikun päässä. [15]

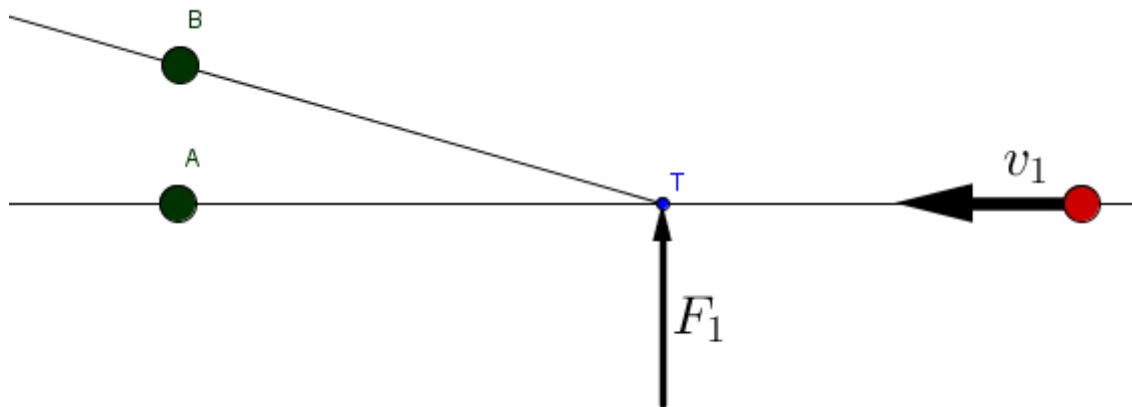
Kuvan (2.10) mukainen gyroskoopin outo käyttäytyminen tapahtuu myös frisbeegolfkiekolle. Selvitetään seuraavaksi tarkemmin frisbeegolfkiekon vastaava käyttäytyminen, koska se on samanlainen kuin gyroskoopilla, mutta yksinkertaisempi. Palataan tämän jälkeen takaisin gyroskoopin toimintaan.

Mallinnetaan frisbeegolfkiekkoa samanlaisella kuvan (2.9) mukaisella mallilla. On nyt huomattava, että frisbeegolfkiekko ei ole kiinni missään vaan lentää ilmassa.



Kuva 2.11 Malli frisbeegolfkiekosta, johon on merkattu kunkin pallon nopeus ennen nostovoiman N vaikutusta.

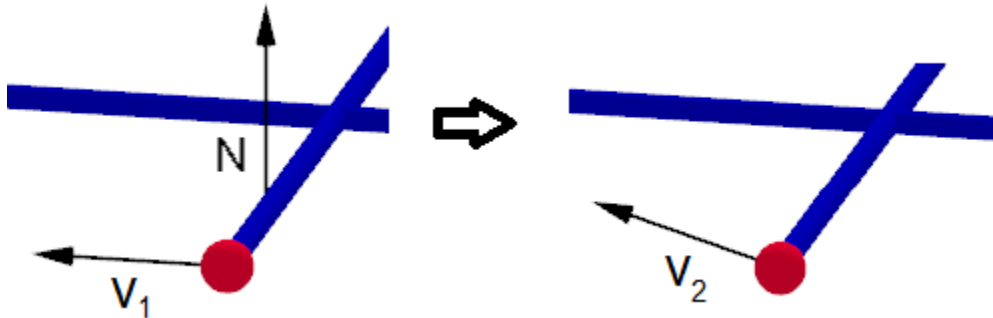
Tarkastellaan seuraavaksi kehikon yhtä palloa, joka on irti kehikosta. Oletetaan ensin pallon olevan avaruudessa kaukana muista kappaleista, jolloin se ei ole vuorovaikutuksessa minkään kappaleen kanssa. Jos tällä pallolla on kuvan (2.12) mukainen alkunopeus, se jatkaa suoraviivaista liikettään Newtonin I lain nojalla pisteeseen A ja siitä eteenpäin. Jos samaiseen palloon aiheuttaa voima \vec{F}_1 lyhyen impulssin pisteessä T, niin pallo jatkaa suoraviivaista liikettään pisteeseen B ja siitä eteenpäin.



Kuva 2.12 Yhden pallon liikerata avaruudessa A) ilman voimaa F_1 ja B) pisteessä T voiman F_1 aiheuttaman impulssin kanssa.

Palataan takaisin kuvan (2.11) mukaisen kiekon mallin tarkasteluun ja oletetaan sen pyörivän nopeusvektorien mukaisesti. Kiekon mallin punaisen pallon numero kaksi liikerata on vastaava kuin edellä kuvassa (2.12) esitetyn pallon liikerata. Ainoa ero on

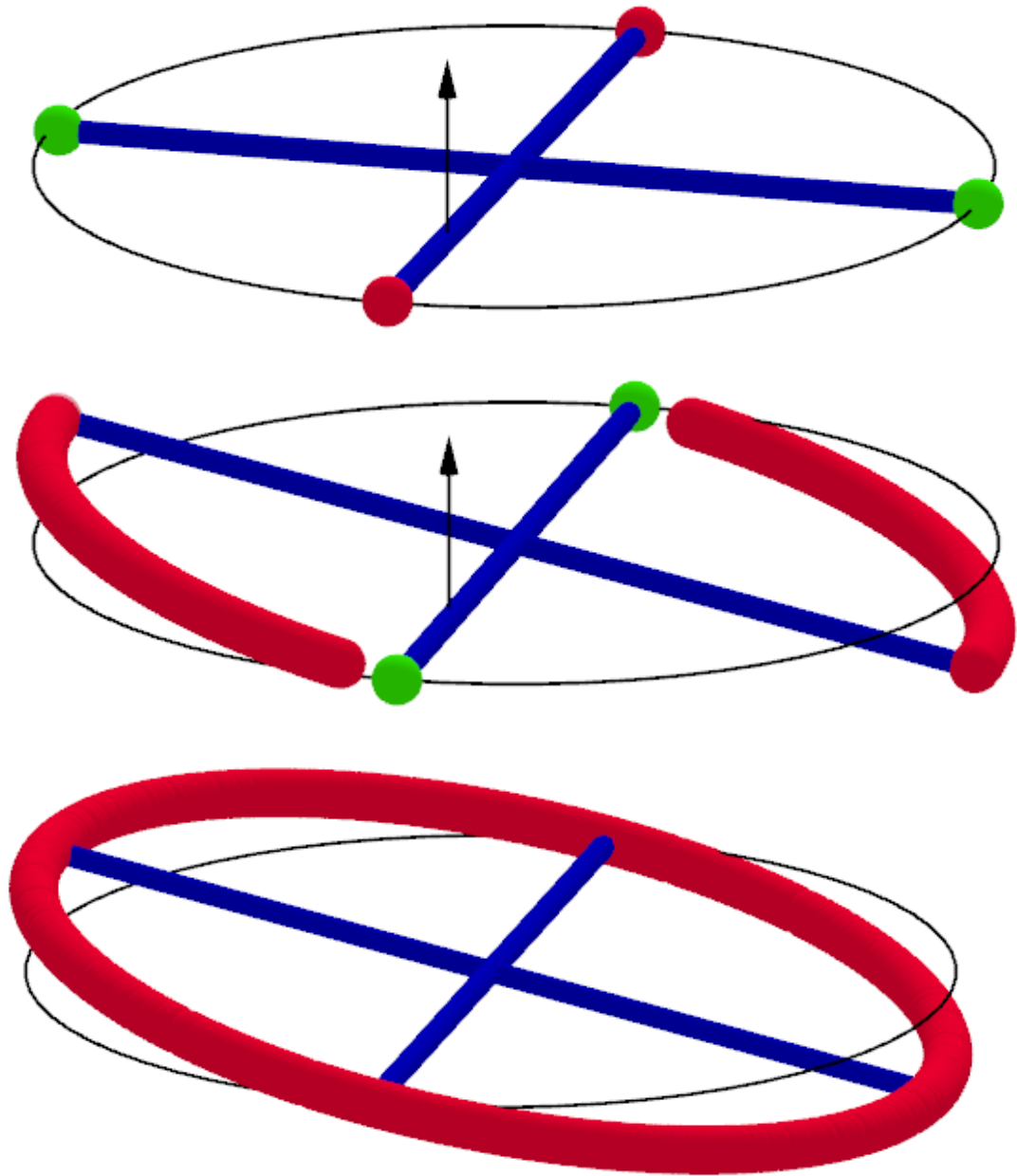
se, että kehikossa kiinni oleva pallo kulkee ympyrärataa. Nyt nostovoiman \bar{N} aiheuttama impulssi aiheuttaa siis Newtonin II lain nojalla nopeuden muutoksen palloille 2 ja 4.



Kuva 2.13 Nostovoima \bar{N} aiheuttaa punaisen pallon numero 2 nopeuden muutoksen vrt. kuva (2.11) ja kuva (2.12).

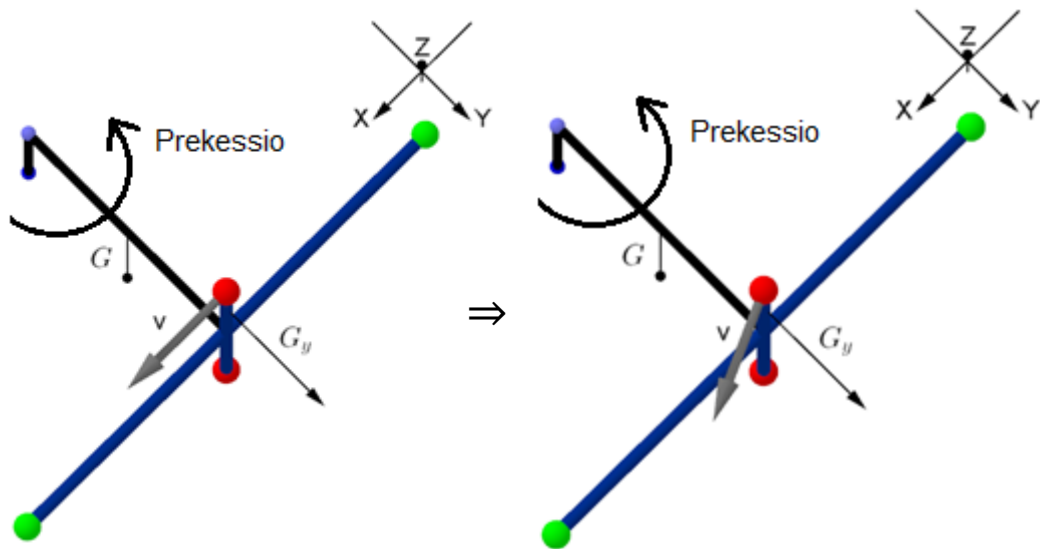
Pallon 2 nopeuden suunta muuttuu hieman ylöspäin kuten kuvassa (2.13) ja pallon 4 nopeus muuttuu hieman alaspäin. Nostovoiman \bar{N} aiheuttama pallojen nopeuden muutos on paljon pienempi kuin pallojen alkuperäinen nopeus. Tästä syystä nopeuden suunta ei muutu kovin paljoa. Toisaalta nostovoima \bar{N} vain pyrkii kääntämään vihreiden pallojen asentoa, joten niiden nopeudet eivät muutu tässä vaiheessa.

Kuvaan (2.14) on merkattu mustalla ympyrällä kiekon mallin alkuperäinen pyörimistaso. Punaiset pallot lähtevät siis liikkumaan pois alkuperäisestä pyörimistasosta nostovoiman aiheuttaman impulssin takia. Vihreät pallot jatkavat liikettä alkuperäisessä pyörimistasossa. Näin kehikko alkaa kääntyä oikealle ja kuvan (2.14a) mukainen alkutilanne muuttuu nostovoiman takia tilanteeksi (2.14b). Kun kiekko on pyörinyt 90 astetta vihreisiin palloihin kohdistuu nostovoima kuten kuvassa (2.14b), jolloin niiden nopeus muuttuu samalla tavalla kuin punaisten pallojen nopeudet muuttuivat aikaisemmin. Näin ollen nekin siirtyvät uuteen pyörimistasoon, jolloin koko kiekko pyörii kuvan (2.14c) mukaisesti uudessa pyörimistasossa. On nyt huomattava, että pyörivä kiekko ei kallistu suoraan nostovoiman suuntaan vaan vasta pyörimissuunnassa 90 astetta myöhemmin nostovoiman suuntaan kuten kuvasta (2.14) nähdään.



Kuva 2.14 a) Frisbeen alkutilanne. b) Kiekkoon kohdistuva nostovoima ja punaisten pallojen nopeuden muutoksen jälkeinen liike. c) Frisbeen lopputilanne.

Palataan takaisin gyroskoopin toiminnan käsittelyyn. Fysiikan selityksen kannalta ainoa ero gyroskoopin ja frisbeegolfkiekon välillä on gyroskoopin kiinnitys kuvan (2.10) mukaisesti keppiin. Tämän kiinnityksen takia gyroskoopin kehikkoa kääntää painovoiman y-akselin suuntainen komponentti kuten kuvassa (2.15). Kuten edellä todettiin voima G_y kallistaa kehikkoa pyörimissuunnassa 90 astetta myöhemmin voiman G_y suuntaan. Kiinnityksen takia gyroskoopin kehikko ei pysty kallistumaan paikoillaan vaan koko gyroskoopin on käännettävä prekessionuolen suuntaan kuten kuvassa (2.15). Jos koko gyroskooppi ei kääntyisi niin gyroskoopin kiinnityksen tulisi taipua tai venyä.



Kuva 2.15 Gyroskoopin tapauksessa pallon numero 2 nopeuden muutos ja painovoiman komponentin G_y suunta.

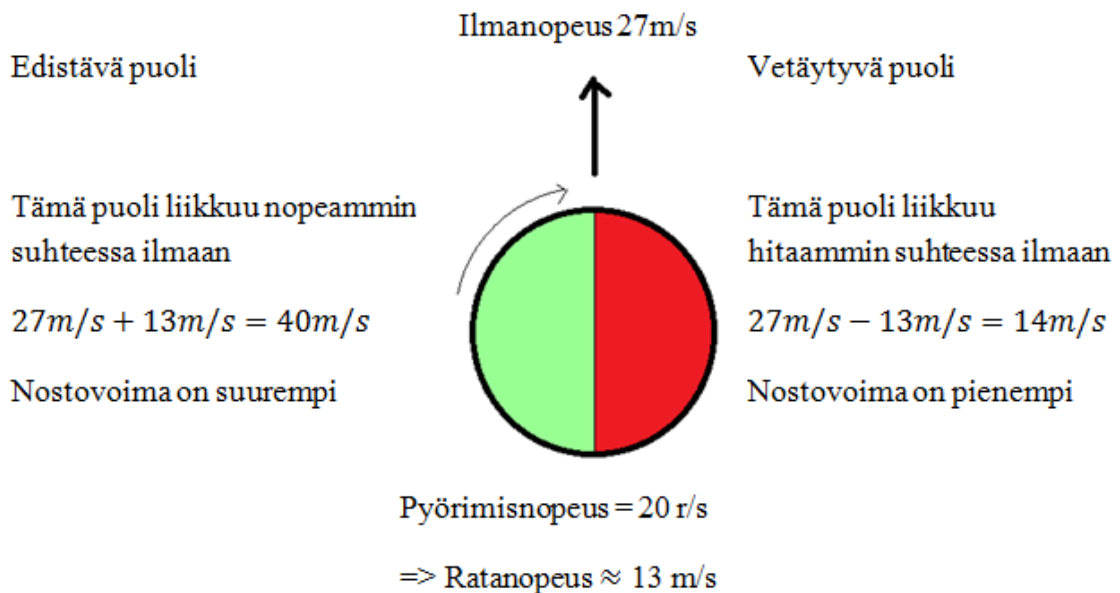
Gyroskooppiin kohdistuva voima aiheuttaa samanlaisen asennon muutoksen kuin mitä frisbeegolfkiekolle tapahtuu. Jatkossa kyseisen asian tarkastelun helpottamiseksi voidaan asia tiivistää.

Jos pyörivän kiekon reunaan kohdistuu kiekkoa kohtisuoraan oleva voima, niin kiekko kääntyy kiekon pyörimissuunnassa 90 astetta myöhemmin voiman osoittamaan suuntaan.

2.6 Epäsymmetrinen nostovoima

Edellä todettiin, että nostovoiman suuruus riippuu kiekon nopeudesta suhteessa ilmaan ja kiekon kohtauskulmasta α . Kiekon lentäessä ilmassa se pyörii samalla. Tästä syystä kiekon eri reunojen nopeudet suhteessa ilmaan eivät ole samat.

Jatkossa puhuttaessa kiekon keulasta, takaosasta tai reunoista tarkoitetaan koko lennon ajan samaa kohtaa kiekossa. Vasen ja oikea reuna katsotaan heittäjästä päin. Keula on siis kiekkoa heitettäessä edessä oleva osa ja tämä kohta on kiekon keula sen osuessa maahan. On huomattava, että tämän nimeämistavan takia esimerkiksi rajusti oikealle kaartavassa heitossa kiekko osuu siis maahan oikea reuna edellä.



Kuva 2.16 Oikean käden rystyheitossa vasen puoli edistää ja oikea vetäytyy suhteessa ilmaan. Esimerkkitapauksena kiekon ilmanopeus on 27 m/s ja pyörimisnopeus 20 r/s.

Oikeankäden rystyheitossa kiekon vasen reuna edistää eli liikkuu nopeammin kuin kiekon keskipiste suhteessa ilmaan. Tämä johtuu kiekon pyörimisestä. Kuvasta (2.16) nähdään, että aivan kiekon reunan ilmanopeus on 13 m/s nopeampi kuin mitä kiekon keskipisteen ilmanopeus on. Ratanopeus riippuu tarkasteltavan pisteen etäisyydestä kiekon keskipisteestä. Näin ollen kiekon oikean ja vasemman reunan välinen nopeusero on suurin. Mentäessä lähemmäs kiekon keskipistettä nopeusero pienenee, koska myös ratanopeus pienenee. Kuitenkin kiekon vasemmalla puolella on suurempi

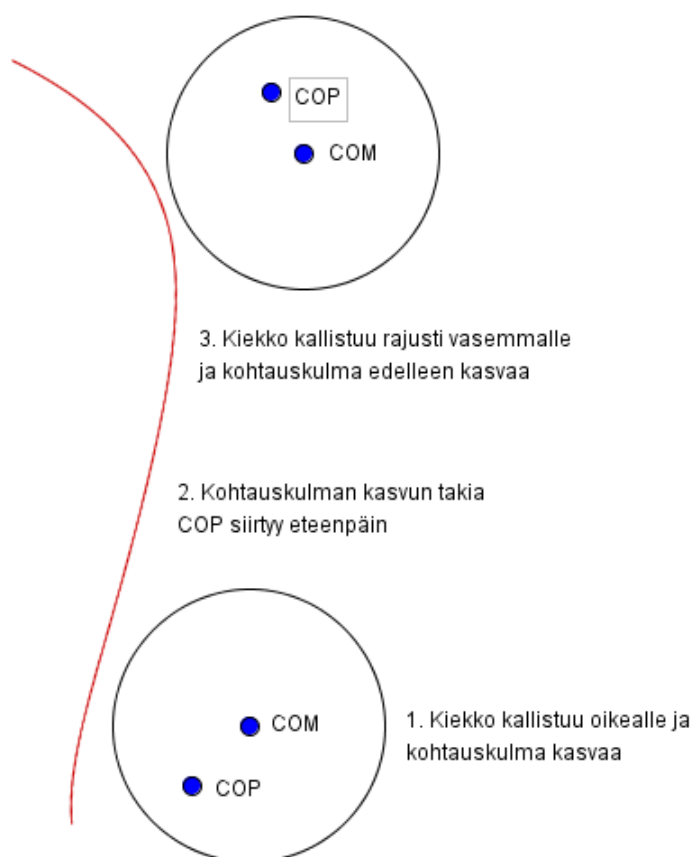
keskimääräinen nostovoima kuin oikealla puolella, johtuen suuremmasta ilmanopeudesta. Nostovoima aiheutuu kiekon alapuolella olevasta suuremmasta paineesta suhteessa yläpuoleen Bernoullin periaatteen mukaan. Koska paine on suurempi kiekon alapuolella vasemmalla laidassa, kiekon painekeskipiste on koko heiton ajan jonkin verran kiekon vasemmalla puolella. Tästä syystä kokonaisvoima kohdistuu kiekon vasempaan laitaan. [16] Aiemmin todettiin, että kiekkoon kohtisuoraan kohdistuva voima kääntää kiekkoa pyörimissuunnassa 90 astetta myöhemmin voiman suuntaan. Tästä syytä koko heiton ajan kiekon vasemmalle puolelle kohdistuva nostovoima aiheuttaa kiekon keulan nousemisen ylöspäin, jolloin myös kohtauskulma α kasvaa.

2.7 Frisbeelle ominaisen lentoradan syy

Frisbeegolfkiekko heitetään yleensä siten, että kiekon kohtauskulma on hyvin pieni. Pottsin ja Crowtherin (2002) artikkelin [2] mukaan, kun kiekon kohtauskulma on pieni, niin painekeskipiste on kiekon massakeskipisteen takana. Tämä nähdään myös helposti liitteen (A) kuvasta (A.1), sekä kuvista (2.7) ja (2.19). Toisaalta kiekon pyöriminen aiheuttaa nostovoiman epäsymmetrian. Tästä syystä painekeskipiste siirtyy jonkin verran kiekon vasempaan laitaan. Näin ollen alkulennon aikana eli turn-vaiheessa kiekkoon kohdistuva nostovoima kohdistuu kiekon takaosaan ja hieman vasemmalle kuten kuvassa (2.17). Kiekon prekessioliikkeen takia kiekon kanssa kohtisuora nostovoima kääntää kiekkoa pyörimissuunnassa 90 astetta myöhemmin voiman osoittamaan suuntaan. Pyöriminen siis nostaa kiekon etureunaa ylöspäin ja pieni kohtauskulma aiheuttaa kiekon kallistumisen oikealle. Kiekon kallistuessa nostovoima vaikuttaa koko ajan kohtisuorasti kiekon pintaan nähden. Tästä syystä oikealle kallistuneen kiekon nostovoiman komponentti aiheuttaa kiihtyvyyden oikealla ja siksi kiekko lähtee kaartamaan ensin oikealle.

Koska kiekon etureuna nousee ylöspäin koko lennon ajan johtuen nostovoiman epäsymmetriasta, kiekon kohtauskulma myös kasvaa koko ajan. Pottsin ja Crowtherin (2002) artikkelin [2] mukaan kohtauskulman kasvaessa painekeskipiste siirtyy eteenpäin. Liitteen (A) kuvan (A.1) nähdään myös painekeskipisteen siirtyminen eteenpäin kohtauskulman kasvaessa. Kun kohtauskulma on riittävän suuri, painekeskipiste on massakeskipisteen etupuolella. Tässä vaiheessa kiekon lento on siirtynyt fade-vaiheeseen. Nostovoima kohdistuu siis kiekon etureunaan, jolloin se

kääntää kiekkoa pyörimissuunnassa 90 astetta myöhemmin voiman osoittamaan suuntaan. Kiekko siis kallistuu vasemmalle ja lentorata kaartuu voimakkaasti vasemmalle. Fade-vaihe on huomattavasti turn-vaihetta rajumpi, koska kiekon kohtauskulma on paljon suurempi. Suuri kohtauskulma aiheuttaa suuremman ilmanvastuksen, joten kiekon maanopeus pienenee nopeammin. Suuremmasta hidastuvuudesta johtuen kaarto vasemmalle on siis voimakkaampi.



Kuva 2.17 Painekeskipisteen (COP) ja massakeskipisteen (COM) paikka kiekon lennon aikana.

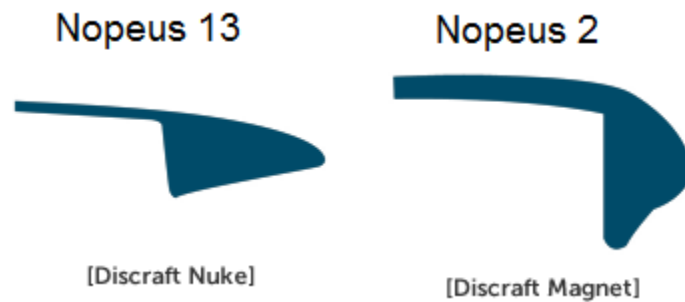
2.8 Frisbeegolfkiekkojen erilaisuus

Suurimmilla frisbeegolfkiekkojen valmistajilla on sama menetelmä ilmoittaa kiekkojensa lento-ominaisuudet. Valmistajat ilmoittavat kiekon nopeuden, liidon, vakauden ja faden neljällä numerolla. (eng. *speed, glide, turn and fade*). Valmistajien

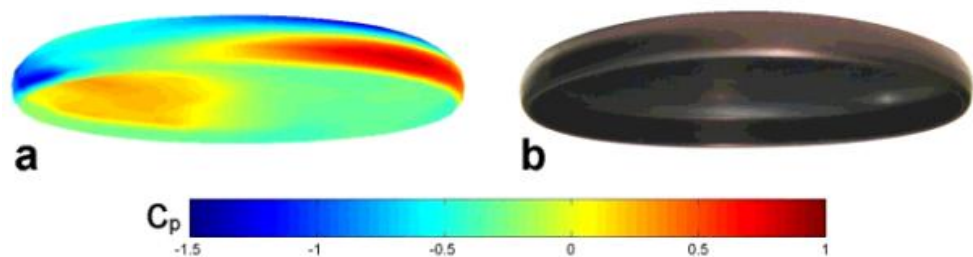
ilmoittama numerointi ei perustu mittauksiin vaan valmistajan testiheittäjien mielipiteisiin. Tässä luvussa kerrotaan, mitä kukin numero tarkoittaa.

Nopeus

Kiekon nopeutta kuvataan numeroilla 1-15. Suurinumeroisen nopeuden kiekkoja kutsutaan nopeiksi ja ne on suunniteltu pitkän matkan heittoihin. Nopeita kiekkoja tulee heittää huomattavasti kovempaa kuin hitaita, jotta ne käyttäytyisivät toivotulla tavalla. Käytännössä kiekon nopeusnumero kuvaa kiekon aerodynaamisuutta. Kuten kuvasta (2.18) nähdään nopeat kiekot ovat hyvin virtaviivaisia ja siksi niiden ilmanvastus on pienempi. Kuvasta (2.19) nähdään, että ilma aiheuttaa suuren paineen hitaiden kiekkojen etureunaan hidastaen niiden lentoa.



Kuva 2.18 Nopean ja hitaan kiekon profiilit. Alla kiekkojen valmistaja ja malli. [17]



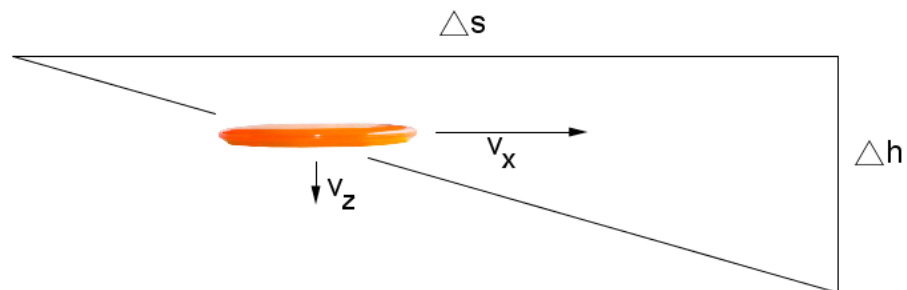
Kuva 2.19 Frisbeegolfkiekon painejakauma, kun kiekko ei pyöri ja kohtauskulma on 5° . Punainen on suuri paine ja sininen pieni. Ilma virtaa kiekon ohi oikealta vasemmalle. [12]

Liito

Kuvan (2.20) mukainen liitosuhde L saadaan

$$L = \frac{\Delta s}{\Delta h} = \frac{v_x}{v_z} \quad (2.10)$$

missä Δs = kiekon kulkema matka, Δh = kiekon menettämä korkeus kuljettaessa matka Δs , v_x = kiekon x-akselin suuntainen nopeus, v_z = kiekon z-akselin suuntainen nopeus [18]



Kuva 2.20 Kaavan (2.10) suureiden selitykset.

Liito siis kuvaa kiekon ominaisuutta pysyä ilmassa. Mitä suurempi liitosuhde L on sitä paremmin kiekko liittää. Valmistajat ilmoittavat liidon numeroilla 1-7. Numerot eivät ole määritetty liitosuhteen L perusteella vaan testiheittäjien mielipiteen mukaan, mutta suurempi numero tarkoittaa kuitenkin parempaa liitoa. Jos testiheittäjät ovat valinneet taitavasti liitonumerot, niiden tulisi olla verrannollisia liitosuhteen kanssa.

Vakaus (eng. *turn*)

Vakaus kuvaa, kuinka helposti kiekko lähtee alkulennon aikana kaartamaan oikealle eli kuinka voimakas turn-vaihe on. Jos kiekko pyrkii kaartamaan alkulennon aikana oikealle, on sen vakaus numero nollaa pienempi. Tällöin kiekkoa kutsutaan alivakaaksi. Mitä pienempi negatiivinen luku on sitä voimakkaampi oikealle kaartoon. Luvun nolla kiekkoja kutsutaan vakaiksi, koska nämä pyrkivät lentämään suoraan alkulennon ajan. Vastaavasti positiivinen luku tarkoittaa, että kiekko

kaartaa jo alkulennon aikana vasemmalle eli aloittaa fade-vaiheen heti. Näitä kiekkoja kutsutaan ylivakaiksi.

Pottsin ja Crowtherin (2002) artikkelin [2] mukaan hyvin suunnitellussa kiekossa painekeskkipiste on lähellä kiekon massakeskipistettä ilmalennon aikana. Tästä syystä kiekon käyttäytyminen on alkulennon aikana on rauhallista. Kiekot, joiden vakaus on 0, siis suunnitellaan siten, että painekeskkipiste on pienellä kohtauskulmalla hyvin lähellä massakeskipistettä. Näin nostovoiman aiheuttama kiekon kallistuminen on hyvin maltillista. Lisäksi vakaiden kiekkojen hitausmomentti on suurempi kuin alivakaiden kiekkojen. Kaavan (2.9) perusteella suurempi hitausmomentti aiheuttaa hitaamman kiekon prekessioliikkeen. Toisin sanoen pyörivää kiekkoa on sitä vaikeampi kallistaa, mitä suurempi kiekon hitausmomentti on.

Samana tutkimuksen [2] mukaan tasaisen, pyöreän levyn painekeskkipiste syntyy kauas massakeskipisteestä. Jos painekeskkipiste on kaukana massakeskipisteestä, nostovoiman kiekkoon kohdistava momentti on suuri. Levy siis kallistuu voimakkaasti oikealle alkulennon aikana. Alivakaat kiekot suunnitellaan siten, että painekeskkipiste ei ole massakeskipisteessä. Näin kiekko saadaan alkulennon aikana kaartamaan oikealle. On nyt huomattava, että alivakaiden kiekkojen painekeskkipiste on pienellä kohtauskulmalla aina massakeskipisteen takana muutoin kiekko kaartaisi vasemmalle. Lisäksi kevyet kiekot ovat usein alivakaita, koska niiden hitausmomentti on painavaa kiekkoa pienempi. Näin ollen kaavan (2.9) perusteella kiekon prekessioliike on nopeampaa eli kiekko kallistuu helpommin.

Toisaalta on tavallista, että frisbeegolfkiekko on uutena suhteellisen vakaa, mutta kuluessaan muuttuu alivakaaksi. Tämä johtuu siitä, että reunojen kuluminen muuttaa painekeskkipisteen paikkaa. Painekeskkipiste on siis vaikea saada asettumaan massakeskipisteen läheisyyteen. Tarkasti suunnitellun kiekon reunan kuluessa, on hyvin todennäköistä, että painekeskkipiste siirtyy juuri pois päin massakeskipisteestä. Kuluneessa kiekossa painekeskkipiste on kauempana massakeskipisteestä kuin uutena, jolloin kiekon turn-vaihe on rajumpi ja siten kiekkoa kutsutaan

alivakaammaksi. Kiekot kuluvat yleensä reunoista, jolloin ne kevenevät ja niiden hitausmomentti pienenee. Tästäkin syystä kiekot muuttuvat kuluessaan alivakaammaksi.

Voidaan sanoa, että tavallisimmassa tapauksessa painekeskkipiste syntyy suhteellisen kauas massakeskipisteen taakse, koska pyöreän, tasaisen levykin osalta käy näin. Tästä syystä esimerkiksi halvat ja huonolaatuiset frisbeegolfkiekot ovat kaikki alivakaita tai todella alivakaita. Niiden muotoa ei ole suunniteltu kovinkaan hyvin, jolloin painekeskkipiste on kaukana massakeskipisteen takana. Lisäksi halvat kiekot ovat usein hyvin kevyitä, jolloin niiden hitausmomentti on pieni, tehden niistä vieläkin alivakaampia.

Fade (eng. *fade*)

Fade-numero kuvaa, kuinka raju lopun vasemmalle kaarto on. Valmistajien antamat fade-numerot vaihtelevat välillä 0-5. Fade-vaiheessa, kuten edellä on todettu, kiekon kohtauskulma on suuri ja näin ollen painekeskkipiste on massakeskipisteen edessä. Suuri kohtauskulma aiheuttaa suuren ilmanvastuksen ja näin fade-vaiheessa kiekon nopeus hidastuu rajusti. Painekeskkipisteen ollessa massakeskipisteen edessä nostovoima kohdistuu kiekon etulaitaan, jolloin kiekko kallistuu vasemmalle.

Fadea kuvaava numero on lähes aina yhteydessä vakautta kuvaavaan numeroon. Ylivakailta kiekkoilla on suuret fade-numerot, koska kiekko aloittaa fade-vaiheen niin aikaisin. Toisaalta alivakailta kiekkoilla on pienet fade-numerot, koska turn-vaihe kestää niin kauan alkulennon aikana. Näin ollen loppulennon fade-vaihe jää maltilliseksi.

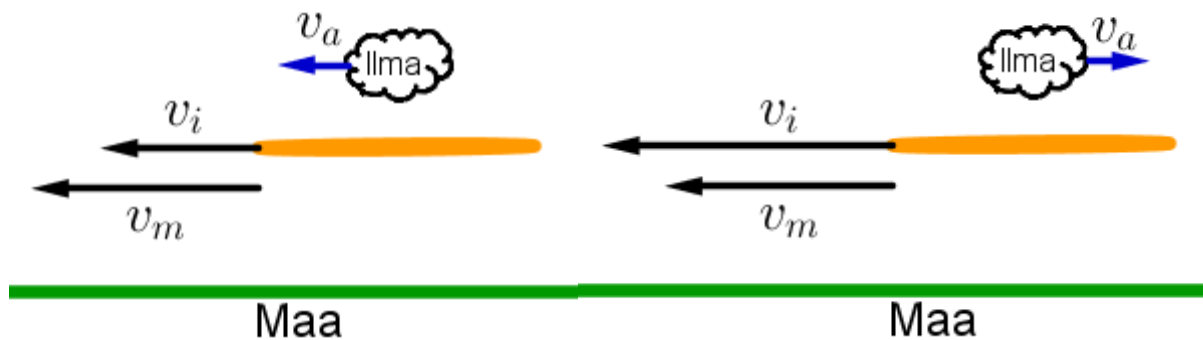
2.9 Kiekon lentorataan vaikuttavat tekijät

Frisbeegolfkiekkoa heittäessä yllättävän moni tekijä vaikuttaa kiekon lentorataan kukin omalla tavallaan. Heittäjä pystyy vaikuttamaan suurimpaan osaan näistä, mutta esimerkiksi kiekon pyörimisnopeuden säätely on vaikeaa. Tästä syystä täydellinen

heitto vaatii taitoa sekä ymmärrystä kiekkojen käyttäytymisestä. Seuraavaksi käsitellään, miten kukin tekijä vaikuttaa kiekon lentorataan.

2.9.1 Lähtönopeus

Kiekon lähtönopeuden säätely on yksi helpoimmista tavoista heittäjän säädellä kiekon lentorataa. Lähtönopeus on helpointa mitata kiekon maanopeutena, sillä silloin ei tarvitse ottaa huomioon tuulen vaikutusta. Heittäjän heittäessä omasta mielestään kovasti tai hiljaa säätelee hän kiekon maanopeutta. Kuitenkin kiekon käyttäytyminen lennon aikana riippuu kiekon ilmanopeudesta. Kuten aikaisemmin ollaan todettu erityisesti tuulen takia nämä nopeudet ovat lähes aina erisuuret. Tuulen nopeuden ja kiekon maanopeuden avulla voidaan laskea kiekon ilmanopeus.



Kuva 2.21 Maanopeuden v_m ja ilmanopeuden v_i ero a) myötätuulessa b) vastatuulessa, kun tuulenoisuus on v_a .

Heitettäessä tasaisella kentällä myötätuulessa kiekon ilmanopeus on tuulenoisuuden verran pienempi kuin kiekon maanopeus kuten kuvasta (2.21) nähdään. Pienemmän ilmanopeuden takia nostovoima on pienempi, joten kiekkoon vaikuttava nostovoiman momentti on myös pienempi. Tästä syystä kiekko ei kallistu niin paljoa oikealle. Lajin harrastaja siis sanoisi kiekko vakaammaksi heitettäessä myötätuulessa. Pienempi nostovoima myös aiheuttaa kiekon laskeutumisen alaspäin lennon aikana. Voitaissiinkin sanoa, että kiekko tippuu myötätuulessa. Toisaalta pienemmän ilmanopeuden takia myös ilmanvastus on pienempi, joten kiekko liittää paremmin myötätuulessa. [19]

Vastatuulessa heitettäessä kaikki edellä mainitut seikat tapahtuvat juuri toisinpäin. Kiekon ilmanopeus kasvaa, jolloin nostovoima on suurempi kuin ilman tuulta. Näin

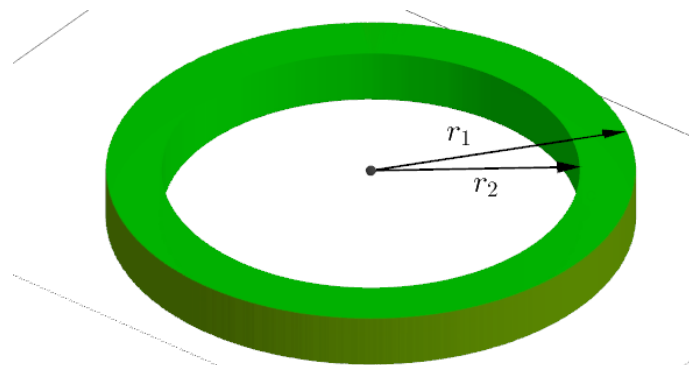
ollen kiekko kallistuu voimakkaammin oikealle eli turn-vaihe on voimakkaampi. Kiekkoa kutsutaan siis alivakaammaksi vastatuulella. Toisaalta suuri nostovoima myös nostaa kiekkoa ylöspäin lennon aikana. Suurempi ilmanopeus aiheuttaa myös suuremman ilmanvastuksen. [19]

2.9.2 Pyörimisnopeus

Pyörimisnopeutta on heitettäessä vaikea säädellä. Kuitenkin se vaikuttaa kiekon lentorataan kahdella tavalla. Ensinnäkin se aiheuttaa nostovoiman epäsymmetrian, joka aiheuttaa kiekon etureunan nousemisen ylös, ja painekeskipisteen siirtymisen eteenpäin. Mitä nopeammin kiekko pyörii sitä nopeammin painekeskipiste siirtyy kiekon massakeskipisteen etupuolella, ja näin turn-vaiheesta tulee lyhyempi. Toisekseen kaavan (2.9) perusteella mitä suurempi pyörimisnopeus kiekolla on sitä hitaammin se prekessoi eli kallistuu ilmassa. Nopeasti pyörivän kiekon kallistaminen on siis vaikeampaa kuin hitaammin pyörivän kiekon kallistaminen. Näiden kahden syyn takia kiekosta tulee sitä vakaampi mitä nopeammin se pyörii.

2.9.3 Kiekon hitausmomentti

Heittäjä pystyy säätämään kiekon hitausmomenttia kiekkovalinnallaan. Eri kiekkojen hitausmomentit ovat erilaiset. Frisbeegolfkiekko voidaan mallintaa hitausmomentin osalta kuvan (2.22) mukaisella ontolla sylinterillä. Kiekkojen kannet ovat ohuita ja kevyitä suhteessa reunoihin ja lisäksi kansien muoto on hyvin samanlainen. Tästä syystä kansien hitausmomentit ovat hyvin samanlaisia. Näin ollen kiekkojen hitausmomenttien erot syntyvät kiekkojen reunojen koosta ja muodosta.



Kuva 2.22 Frisbeegolfkiekon malli, jonka avulla voidaan määrittää hitausmomentti.

Kuvan (2.22) muotoisen sylinterin hitausmomentti J saadaan

$$J = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2) \quad (2.11)$$

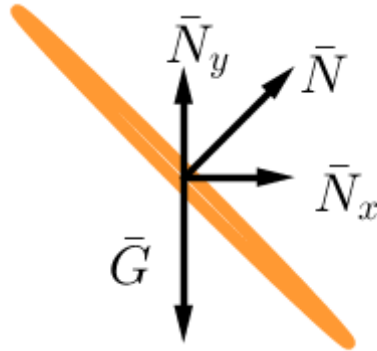
missä m = sylinterin massa, r_1 = sylinteri ulkoreunan säde, r_2 = sylinterin sisäreunan säde. [20]

Kaavan (2.11) perusteella voidaan sanoa, että mitä kauempana kiekon keskipisteestä kiekon massa on sitä suurempi on kiekon hitausmomentti. Massiivisen reunan omaavien kiekkojen hitausmomentit ovat siis suuremmat kuin ohutreunaisten. Kaavan (2.9) perusteella mitä suurempi kiekon hitausmomentti on sitä hitaampaa on sen prekessioliikkeen pyörimisnopeus. Toisin sanoen suuren hitausmomentin omaavat kiekot kallistuvat hitaasti lennon aikana eli ovat vakaita.

2.9.4 Kiekon muoto ja kohtauskulma

Heittäjä valitsee myös kiekkoa valitessaan kiekon muodon. Muoto vaikuttaa siihen, mihin kohti kiekon alapintaa painekeskiste lennon aikana syntyy kullakin kohtauskulmalla. Kuten edellä ollaan todettu, vakaiden kiekkojen painekeskiste syntyy lähelle massakeskipistettä. Kiekon kohtauskulmaa harvoin säädellään heitettäessä, mutta sillä voidaan vaikuttaa kiekon lentorataan. Heitettäessä suurella kohtauskulmalla kiekko nousee nopeasti ylös ja fade-vaihe alkaa hyvin nopeasti. Tämä johtuu siitä, että kohtauskulma vaikuttaa voimakkaasti nostovoiman suuruuteen. Vastaavasti negatiivisella kohtauskulmalla heitettäessä kiekko tippuu hyvin nopeasti, koska nostovoima on hyvin pieni tai sopivan pienellä kohtauskulmalla jopa olematon.

2.9.5 Kiekon kallistuma



Kuva 2.23 Kiekon kallistuessa siihen vaikuttavien voimien suunnat suoraan takaapäin katsottuna.

Frisbeegolfkiekkoa heitettäessä heittäjä pystyy vaikuttamaan heittohetkellä kiekon kallistumaan. Jos heittäjä kallistaa oikean käden rystyheitossa kiekkoa kuvan (2.23) mukaisesti, kutsutaan heittoa *anhyzer*-heitoksi. Tällöin nostovoima voidaan jakaa komponentteihin, jolloin voima \bar{N}_x aiheuttaa kiihtyvyyden oikealle. Tästä syystä oikealle kallistunut kiekko lähtee liitämään oikealle. Nostovoiman y-akselin suuntainen komponentti pienenee sitä mukaan kun kallistuma suurenee. Tästä syystä kiekko myös samalla tippuu alaspäin. Jos kiekkoa kallistaa kuvan (2.23) nähden vastakkaiseen suuntaan, kutsutaan heittoa *hyzer*-heitoksi. Tässä tapauksessa kuvan (2.23) nostovoimasta tulee peilikuva, joten kiekko lähtee kaartamaan vasemmalle ja menettää samalla korkeuttaan.

Tässä luvussa käsitellään tätä työtä varten suoritettuja mittauksia. Mittauksissa viisi heittäjää heitti frisbeegolfkiekkoa kameran ali, jolloin kuvanauhalta voitiin määrittää kiekon lähtö- ja pyörimisnopeus.

3.1 Hypoteesi

Mittauksen avulla on tarkoitus selvittää, miten kiekon lähtö- ja pyörimisnopeus eroaa kämmen- ja rystyheitossa. Lisäksi tutkitaan lähtö- ja pyörimisnopeuden suhdetta toisiinsa. Edellä esitellyn teoriasisällön ja henkilökohtaisen heittokokemuksen pohjalta voidaan tehdä hypoteesi mittauksen tuloksesta.

Kämmenheitto oikealla kädellä heitettäessä heitetään kehon oikealta puolelta, jolloin kiekko pyörii ylhäältäpäin katsottuna vastapäivään. Vastaavasti, kuten edellä ollaan todettu, oikeankäden rystyheitto heitetään kehon vasemmalta puolelta, jolloin kiekko pyörii juuri toiseen suuntaan eli ylhäältäpäin myötäpäivään. Eri pyörimissuunnan takia kämmenheiton tyypillinen lentorata on peilikuva rystyheiton lentoradasta. Yleensä samalla frisbeegolfkiekolla heitettäessä kiekko ei kuitenkaan käyttäydy aivan samalla tavalla heitettäessä eri puolilta. Yleisesti voidaankin kokemuksen perusteella sanoa, että kämmenheiton turn-vaihe on yleensä paljon pitempi ja rajumpi kuin rystyheiton turn-vaihe. Tämän takia lajin harrastaja sanoisi kiekkoja alivakaammiksi heitettäessä kämmeneltä.

Henkilökohtaisen heittokokemuksen perusteella osataan siis sanoa, että kämmenheitossa kiekot käyttäytyvät siis alivakaammin kuin rystyheitossa. Tämän eron johtuminen erilaisista pyörimisnopeuksista on helppo päätellä, mutta se kummassa heittotavassa kiekko pyörii hitaammin ei ole heittokokemuksen avulla pääteltävissä. Teoriasisällön mukaan turn-vaiheen kestoon vaikuttaa eniten se, miten nopeasti painekeskkipiste siirtyy massakeskipisteen eteen. Tämä painekeskkipisteen siirtyminen eteenpäin suhteessa massakeskipisteeseen johtuu kiekon pyörimisestä. Lisäksi kiekon pyöriminen hidastaa sen prekessioliikettä eli kiekon kallistumista ilmassa. Jos kiekko siis pyörii hitaammin, niin silloin se kallistuu ilmassa helpommin sekä turn-vaihe kestää kauemmin. Näin ollen teoriasisältö näyttää, että alivakaampi käyttäytyminen johtuu nimenomaan hitaammasta pyörimisnopeudesta. Hypoteesiksi ennen mittauksen tekemistä voidaan asettaa, että samalla lähtönopeudella heitettäessä kämmenheitossa kiekko pyörii hitaammin kuin rystyheittoissa.

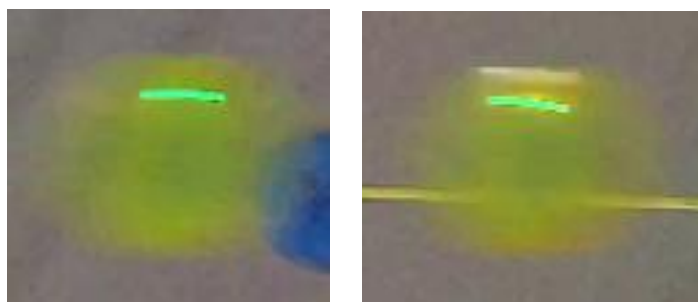
3.2 Mittaukset ja analyysi

Mittaus suoritettiin Joensuu Areenalla. Heittäjiä oli yhteensä viisi. Jokainen heittäjä heitti viisi kämmenheittoa ja viisi rystyheittoa. Jokainen heitto kuvattiin ylhäältä päin iPhone 6 Plus -puhelimien hidastetun videon toiminnolla, joka tallentaa 240 kuvaa sekunnissa. Videot analysoitiin *Tracker Video Analysis and Modeling Tool* -ohjelmalla, jolla saatiin selville heittojen lähtö- ja pyörimisnopeudet. Kiekkoon oli kiinnitettynä LED-valo, jota videosta seuraamalla pystyttiin pyörimisnopeus selvittämään.

Kiekon pyörimisnopeus määritettiin laskemalla, kuinka monen kuvan aikana kiekko pyörii yhden kokonaisen kierroksen. Pyörimisnopeus ω , $[\omega] = \frac{\text{kierrosta}}{\text{sekunnissa}} = r/s$

$$\omega = \frac{v_{fps}}{k} \quad (3.1)$$

missä k = kuvien lukumäärä kiekon pyöriessä yhden kierroksen, v_{fps} = kameran kuvausnopeus.



Kuva 3.1 Saman videon kaksi eri kuvaa, joissa kiekko on samassa asennossa ja pyörinyt yhden kokonaisen kierroksen kuvien välissä.

Kuvasta (3.1) nähdään, että yksittäiset videon kuvat ovat aika suttuisia. Kuitenkin samasta kuvasta on helppo todeta, että kiekkot ovat lähes samassa asennossa. Vihreä viiva on kiekkoon kiinnitetty LED-valo. Tässä tapauksessa kiekko pyörähti yhden kierroksen 11 kuvan aikana. Näin ollen tämän esimerkkiheiton pyörimisnopeudeksi saadaan

$$\omega = \frac{240 \text{ frames/s}}{11 \text{ frames/r}} = 21,818 \dots \text{ r/s}$$



Kuva 3.2 Lähtönopeuden määrittäminen *Tracker*-ohjelmalla.

Lähtönopeuden määrittämiseen tarvittiin *Tracker*-ohjelman kehittyneempiä toimintoja. Kuvassa (3.2) sininen viiva oikeassa laidassa on kalibrointitikki. Sen avulla ohjelmalle kerrotaan, kuinka monta metriä yksi pikseli oikeasti on. Tässä tapauksessa kalibrointitikki on asetettu yhtä pitkäksi kuin kiekon leveys, joka on $0,21\text{m}$. Seuraavaksi ohjelmalle kerrotaan kuva kerrallaan, missä kiekon etureuna on. Nämä kohdat näkyvät kuvassa (3.2) punaisina salmiakkikuvioina, jotka on numeroitu nollasta kolmeentoista. Ensimmäisessä kuvassa kiekon etureuna oli pisteessä 0, toisessa kuvassa

pisteessä 1, kolmannessa kuvassa pisteessä 2 ja lopulta neljännessätoista kuvassa pisteessä 13. Ohjelmaan tulee myös syöttää kameran kuvausnopeus. Kalibrointitikon ja kuvausnopeuden avulla ohjelma pystyy laskemaan nopeuden, jolla kiekko liikkuu kahden pisteen välin. Laskemalla kaikkien pisteiden nopeuksien keskiarvo saadaan esimerkkiheiton lähtönopeudeksi $v = 27,02 \text{ m/s}$

Tässä luvussa esitellään tutkimuksen mittaustulokset ja niistä vedetyt johtopäätökset. Liitteessä (B) on mittaustulokset kokonaisuudessaan. Mittaustulosten keskiarvot ja keskihajonnat löytyvät taulukosta (4.1).

Taulukko 4.1 Heittäjien lähtönopeuksien v ja pyörimisnopeuksien ω keskiarvot niiden keskihajonnat σ sekä kunkin heittäjän hyväksytyjen heittojen määrä n .

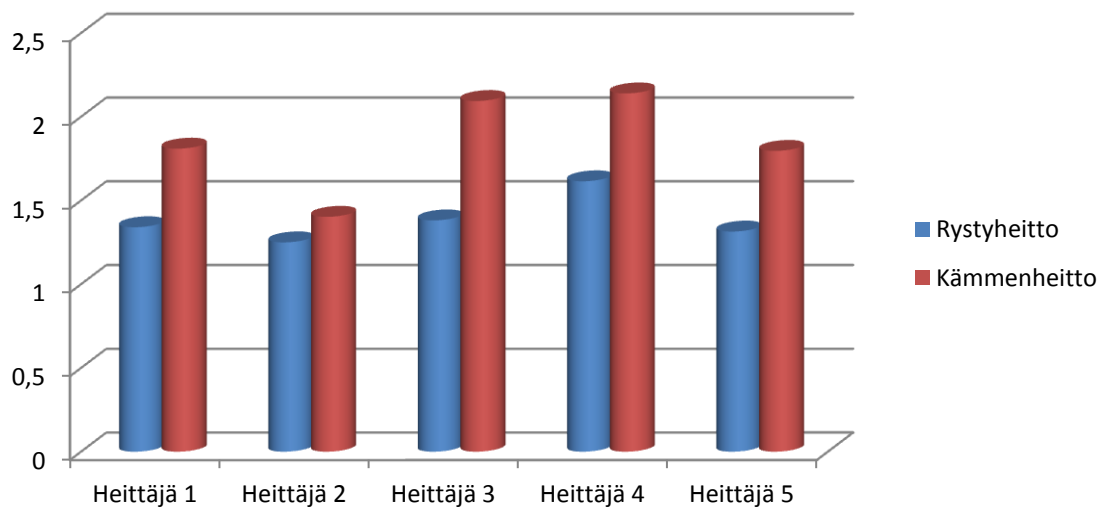
	Kämmenheitot					Rystyheitot				
	v [m/s]	$\sigma(v)$	ω [r/s]	$\sigma(\omega)$	n [kpl]	v [m/s]	$\sigma(v)$	ω [r/s]	$\sigma(\omega)$	n [kpl]
Heittäjä 1	28,49	0,86	15,74	0,37	2	27,06	0,90	20,23	1,24	5
Heittäjä 2	20,40	1,06	14,56	0,51	4	24,22	1,03	19,38	0,84	5
Heittäjä 3	29,56	0,56	14,14	0,59	5	26,98	0,92	19,53	0,69	5
Heittäjä 4	20,98	1,20	9,80	0,23	4	22,44	2,16	13,93	1,49	5
Heittäjä 5	25,06	0,63	13,96	0,35	5	25,25	0,43	19,23	0,89	4

Lähtö- ja pyörimisnopeudet on esitetty taulukossa (4.1) keskiarvoina vain esitystavan lyhentämisen takia. Saman heittäjän viisi saman puolen heittoa on kullakin heittäjällä lähes samanlaisia lähtö- ja pyörimisnopeuksien osalta. Keskihajonnat ovat varsin pieniä. Tästä syystä keskiarvon käyttäminen on mahdollista.

Edellä asetettu hypoteesi voidaan osoittaa todeksi laskemalla jokaisen heittäjän lähtö- ja pyörimisnopeuksien suhde jakamalla lähtönopeus pyörimisnopeudella. Tämä suhdeluku näkyy taulukossa (4.2). Kuvasta (4.1) nähdään, että jokaisen heittäjän kohdalla kämmenheiton lähtö- ja pyörimisnopeuden suhdeluku on suurempi kuin rystyheiton

suhdeluku. Tämä tarkoittaa sitä, että samalla lähtönopeudella kämmenheitoissa pyörimisnopeus on pienempi kuin pyörimisnopeus rystyheitossa. Asetettu hypoteesi ennusti tämän tuloksen täysin oikein.

Lähtö- ja pyörimisnopeuden suhde [m/r]



Kuva 4.1 Taulukon (4.2) keskiarvot pylväsdiagrammina.

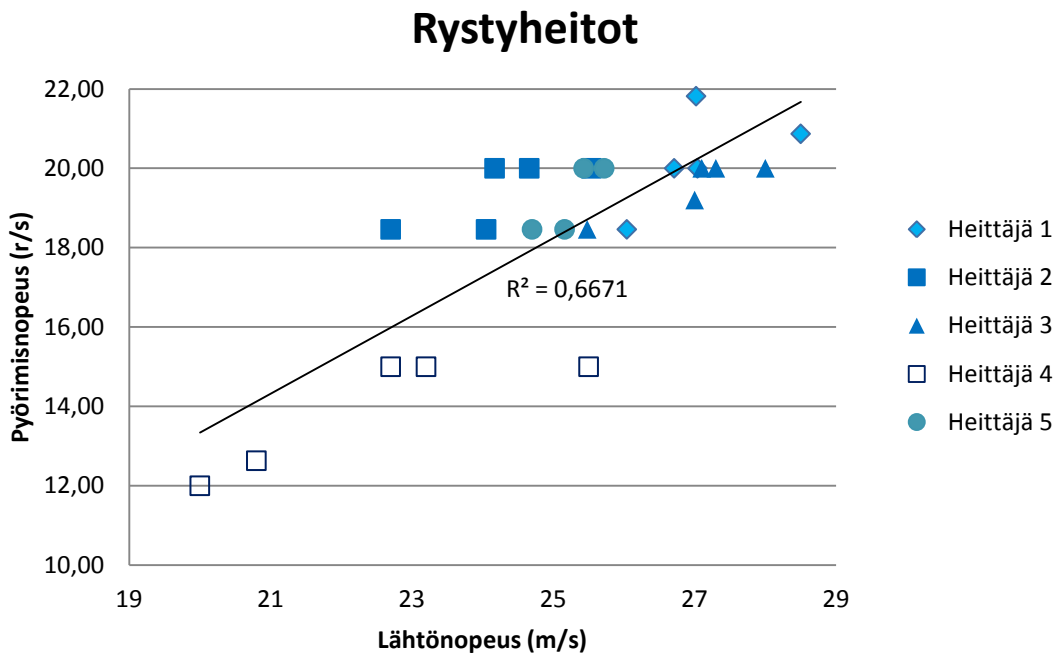
Taulukon (4.1) ja taulukon (4.2) nojalla eri heittäjien välillä on selkeästi eroja lähtö- ja pyörimisnopeuksien suhteessa. Esimerkiksi heittäjä 3 saa kämmenheittoon suuremman lähtönopeuden kuin heittäjä 1, vaikka heittäjän 1 heitoissa on suurempi pyörimisnopeus. Lisäksi esimerkiksi heittäjä 2 ja heittäjä 4 onnistuivat heittämään kämmenheiton lähes samalla lähtönopeudella, vaikka heittäjän 4 pyörimisnopeus oli noin 33% pienempi. Tämä osoittaa sen, että kiekon pyörimisnopeuttakin pystyy heittotekniikkaa muuttamalla säätelemään. Tästä kyvystä olisi melkoinen kilpailullinen etu, koska yleensä heittäjät eivät osaa kovin hyvin säädellä kiekon pyörimisnopeutta.

Taulukko 4.2 Liitteen (B) lähtö- ja pyörimisnopeuksien suhteiden v/ω keskiarvot [m/r] ja keskihajonnat σ kullekin heittäjälle.

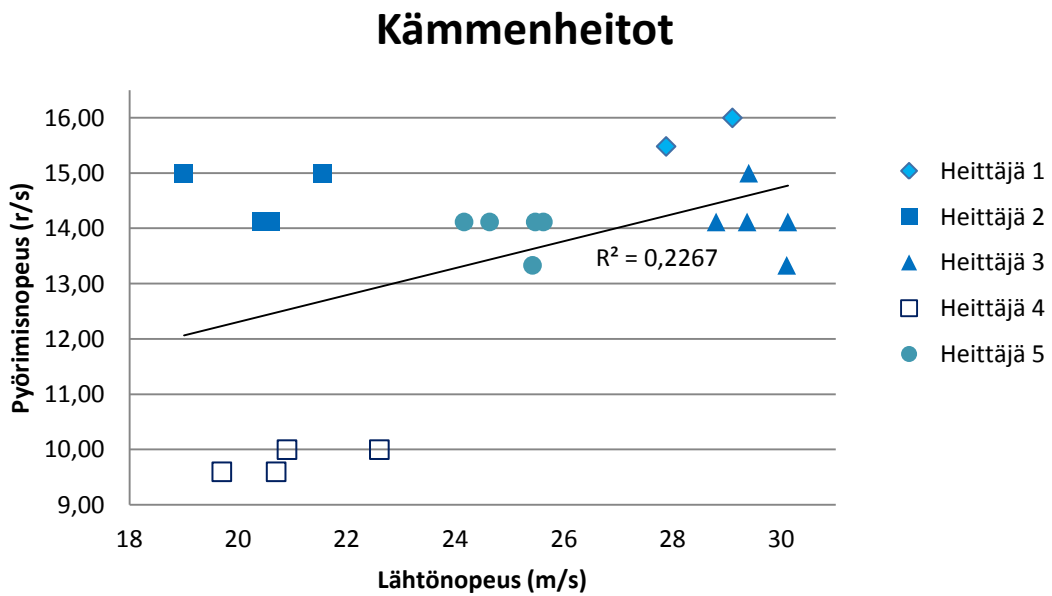
	Kämmenheitto		Rystyheitto	
	v/ω [m/r]	$\sigma(v/\omega)$	v/ω [m/r]	$\sigma(v/\omega)$
Heittäjä 1	1,81	0,01	1,34	0,09
Heittäjä 2	1,40	0,14	1,25	0,01
Heittäjä 3	2,09	0,09	1,38	0,03
Heittäjä 4	2,14	0,10	1,61	0,08
Heittäjä 5	1,80	0,04	1,31	0,05

Yksittäisten heittäjien osalta lähtö- ja pyörimisnopeuden suhteet ovat ällistytävän yhdenmukaisia. Jokainen heittäjä heitti molemmilla tekniikoilla 5 heittoa. Taulukosta (4.2) nähdään, että lähtö- ja pyörimisnopeuden suhteen keskihajonta on jokaisella heittäjällä hyvin pieni. Tämä tarkoittaa sitä, että jokaiselle heittäjälle on kehittynyt omanlainen tapa heittää ja jokainen pystyy heittämään omalla lähtö- ja pyörimisnopeuden suhteella useita heittoa ilman vaihtelua. Kuitenkin eri heittäjien välillä siis havaittiin isoja eroja. Heittäjät heittivät frisbeegolfkiekkoa pitkälti vain yhdellä lähtönopeudella. Näin ollen ei kuitenkaan tämän tutkimuksen avulla voida sanoa varmaksi, pystyvätkö heittäjän heittämään kokoajan samalla lähtö- ja pyörimisnopeuden suhteella, jos lähtönopeus vaihtelisi paljon.

Rystyheittojen lähtö- ja pyörimisnopeuden suhde korreloi kaikkien heittäjien osalta melko hyvin, kuten kuvasta (4.2) nähdään. Korrelaatiokerroin on 0,67. Rystyheittojen osalta siis suuremmalla lähtönopeudella heitettyt kiekot pyörivät myös nopeammin. Kämmenheittojen osalta korrelaatio on hyvin pieni vain 0,23, kuten kuvasta (4.3) nähdään. Pieni korrelaatiokerroin johtuu heittäjien kaksi ja neljä kyvystä heittää kiekko samalla lähtönopeudella, mutta aivan eri pyörimisnopeudella.



Kuva 4.2 Kaikkien heittäjien kaikki rystyheitot.



Kuva 4.3 Kaikkien heittäjien kaikki kämmentheitot.

Tutkimuksen tavoitteeksi asetettiin aikaisemmin teoriasisällön selvittäminen sekä frisbeegolfkiekon lähtö- ja pyörimisnopeuden tutkiminen. Tutkimustavoite onnistui, sillä teoriasisältö saatiin selvitettyä riittävän syvällisesti. Edellä esitetyn teoriasisällön ja henkilökohtaisen heittokokemuksen perusteella pystyttiin asettamaan hypoteesi, jonka mukaan kämmenheitoissa kiekko pyörii suhteessa hitaammin kuin rystyheitoissa. Tuloksista nähdään, että asetettu hypoteesi piti täysin paikkaansa, joten myös tutkimustavoite saavutettiin tältä osin. Koska teoriasisällön ja heittokokemuksen avulla pystyttiin päättämään tutkimuksen tulos jo ennen mittauksia, niin myös teoriasisältöä voidaan pitää varsin luotettavana. Tulos myös osoittaa pyörimisnopeuden olennaisen vaikutuksen kiekon lentorataan. Nimenomaan eri pyörimisnopeuden takia sama kiekko käyttäytyy eri tavalla rysty- ja kämmenheitossa.

Frisbeen lentämisen teoriasisältö ei ollut kovinkaan helppo selvittää, koska aikaisempia tutkimuksia oli sen verran vähän. Teoriasisältö on koottu yhteen useista eri lähteistä, joissa on tutkittu hyvinkin eri asioita. Bernoullin periaatteesta on paljon lähteitä saatavilla, mutta tätä tutkimusta varten sovellettiin lentokoneen siiven toimintaa. Epäsymmetrinen nostovoima on olennainen osa frisbeen käyttäytymistä, mutta se pääteltiin tätä tutkimusta varten helikopterin toiminnasta. Frisbeegolfkiekko käyttäytyy ilmassa kuin gyroskooppi. Tästä syystä gyroskoopin toiminnan tutkiminen oli välttämätöntä. Gyroskoopin toiminnasta on vaikeahko löytää ainakaan selkeästi kirjoitettuja lähteitä. Tästä syystä tähän tutkimukseen on haettu yhdestä lähteestä idea kuinka gyroskooppi kannattaa mallintaa, toisesta lähteestä saatiin idea miettiä yksittäisen pallon liikerataa voiman aiheuttaman impulssin jälkeen. Näiden avulla pystyttiin päättämään loput gyroskoopin toiminnasta. Tutkimuksessa onnistuttiin

selittämään, mitä kiekon vakaus oikeastaan tarkoittaa ja mitkä tekijät siihen vaikuttavat. Yhtälö (2.9) nitoo vakauteen vaikuttavat suuret kauniisti yhteen yhtälöön ja myös ilmoittaa niiden riippuvuuden toisistaan. Yhtälölle löytyi hyvä lähde, mutta lähde ei liittänyt yhtälöä millään tavalla kiekon vakauteen.

Tutkimuksen mittatarkkuus ei ollut tarkimmasta päästä johtuen rajallisista resursseista. Käytössä olleen videokameran kuvausnopeus ja tarkennusominaisuudet olisivat voineet olla parempia. Kuitenkin erot rysty- ja kämmenheittojen mittaustuloksissa ovat niin suuria ja yhdenmukaisia, että mittaustarkkuus oli riittävän hyvä hypoteesin varmistamiseksi.

Vaihtelevasti sutuisten videoiden analysointi aiheutti myös epätarkkuutta mittaustuloksiin. Osa videoista oli niin huonoja, että ne jouduttiin hylkäämään pois tutkimuksesta. Tästä syystä taulukossa (4.1) on merkattu hyväksytyjen heittojen määrä n . Videoanalysoinnissa kalibroititikkuna joutui käyttämään kiekon leveyttä, koska maahan asetettu mittanauha oli aivan liian kaukana syvyysuunnassa. Kaksiulotteista kuvaa analysoidessa ei pysty ottamaan huomioon kolmatta ulottuvuutta ollenkaan. Tästä syystä noin kahden metrin päässä kiekosta syvyysuunnassa oleva metrin pituinen mittanauha näyttää aivan liian lyhyeltä. Jos kalibroititikkuna olisi käyttänyt mittanauhaa olisivat lähtönopeudet olleet ainakin 40% suurempia. Kuvasta (3.2) nähdään, että kiekon reunat eivät näkyneet aivan tarkasti, koska kiekko liikkui niin nopeasti. Tästä syystä kalibroititikkun asettaminen aiheutti siis hieman virhettä. Kalibroititikki asetettiin kohtisuoraan kiekon liikettä vasten, jolloin kiekon reunat näkyivät tarkimmin. Kuvasta (3.1) nähdään, että erityisesti kiekon etureuna oli epätarkka, koska kameran hitaan kuvausnopeuden takia liikkuva kiekko venyy kuvassa. Tästä syystä lähtönopeutta määrittäessä mittapisteitä ei saanut asetettua aivan tarkasti. Mittapisteitä pystyi laittamaan ainakin 13 kappaletta yhtä videota kohden. Lähtönopeus on siis laskettu näiden pisteiden keskiarvona, mikä parantaa mittatarkkuutta. Joissakin videoissa heitto nousi selkeästi ylös. Tästä syystä kiekon koko muuttui joka kuvassa huonontuen hieman lähtönopeuden mittatarkkuutta.

Pyörimisnopeutta määrittäessä sutuisten videoiden takia oli pakko määrittää yhteen kokonaiseen kierrokseen kuluva aika. Vajaiden kierrosten mittaaminen olisi ollut hankalaa, koska kuvista pystyi sanomaan vain milloin kiekko on taas samassa asennossa kuin alussa. Esimerkiksi pyörimiskulman määrittäminen olisi ollut todella hankalaa ja epätarkkaa. Ongelmaksi kuitenkin muodostui kämmenheittojen osalta hidat

pyörimisnopeus. Kiekko ei aina ehtinyt pyöriä kokonaista kierrosta ennen kuin poistui kuvasta. Näissä tapauksissa on arvioitu monenko kuvan päästä kiekko on pyörinyt kokonaisen kierroksen. Lisäkuvia ei kuitenkaan tarvinnut arvioida kuin 1-3 kuvaa lisää. Kämmenheittojen osalta kiekko pyörähti yhden kierroksen noin 20 kuvan aikana, joten muutaman kuvan lisäys ei merkittävästi huononna mittaustarkkuutta. Myös pyörimisnopeuden osalta erot rysty- ja kämmenheittojen mittaustuloksissa ovat selkeitä ja yhdenmukaisia, joten mittaustarkkuus on riittävän hyvä tähän tarkoitukseen.

Tutkimuksen tuloksia voi hyödyntää lajin harrastajat ja miksei paremmatkin pelaajat. Pyörimisnopeuden vaikutuksesta kiekon lentorataan ei lajin parissa tunnuta kiinnittävän huomiota. Syy on tietenkin selkeä. Kiekon pyörimisnopeutta ei pysty havainnoimaan paljaalla silmällä. Toisaalta vaikuttaa, että yksittäisellä heittäjällä pyörimisnopeudessa ei ole juurikaan eroja heittojen välillä. Näin ollen pyörimisnopeus ei periaatteessa vaikuta kyseisen heittäjän kiekon lentorataan. Jos heittäjä heittää aina tietyllä lähtönopeudella aina samalla pyörimisnopeudella, niin pyörimisnopeuden vaikutus on samanlainen joka heitossa. Huomioitavaa pyörimisnopeudessa on yksilöllisyys. Eri heittäjillä voi olla hyvinkin suuret erot pyörimisnopeuksissa. Tästä syystä heittokaverin heittojen vertaaminen omiin ei olekaan niin yksinkertaista. Saattaa olla, että kaverin heitto käyttäytyy alivakaammin kuin oma heitto puhtaasti eri pyörimisnopeuden takia. Näin ollen kaverin heittojen seuraaminen ei välttämättä kerrokaan koko totuutta väylän tuuliolosuhteista. Toisaalta opettelemalla heittämään hitaammalla pyörimisnopeudella aiheuttaa vain sen, että kiekot käyttäytyvät alivakaammin. Sama lopputulos saataisiin periaatteessa myös vain vaihtamalla kiekko alivakaampaan.

Jostain syystä vaikuttaa, että kiekon vakaus ja liito ovat kääntäen verrannollisia eri kiekkojen välillä. Vakaa kiekko ei siis liidä hyvin ja hyvin liitävä kiekko on alivakaa. Jos heittäjä saisi lisättyä pyörimisnopeutta hyvin liitävän alivakaan kiekon heittoon, niin kiekko käyttäytyisi vakaammin ja hyvä liito säilyisi. Tätä variaatiota ei usein pysty saavuttamaan vaihtamalla vakaampaan kiekkoon, koska silloin liito myös heikkenee.

Frisbeegolfkiekolla saattaa olla olemassa maksimilentonopeus, sillä tällainen nopeus on olemassa helikopterille. Helikopterin maksimilentonopeus on riippuen mallista noin 250 km/h. Tämä ei johdu mistään valtioiden asettamista rajoituksista tai rajallisesta moottorin koosta vaan fysiikasta. Mikäli helikopterin nopeus kasvaa yli sen maksiminopeuden, niin roottorin vetäytyvä puoli liikkuu niin hitaasti suhteessa ilmaan, että se puoli roottorista sakkaa. Helikopterin roottorin lapojen kohtauskulmaa ilman

kanssa pystytään säätämään roottorin joka kierroksella. Tarkkaan ottaen roottorin lapa siis sakkaa, koska sen kohtauskulma vetäytyvällä puolella on liian suuri maksiminopeudella lennettäessä. Tämä aiheuttaa helikopterin keulan nousemisen pystyyn, koska yhtäkkiä kaikki nostovoima onkin roottorin edistävällä puolella. Keulan noustua pystyyn helikopterin nopeus hidastuu ja tästä syystä maksiminopeutta ei voida ylittää. [16] Teoriassa sama tilanne voisi tulla vastaan frisbeegolfkiekon kanssa. Frisbeegolfkiekon eripuolien kohtauskulma suhteessa toisiinsa on kokoajan vakio, mutta kun ilmanopeus on riittävän suuri nostovoiman epäsymmetria nostaa kiekon keulaa hyvin voimakkaasti ylös. Tästä syystä supervakaan kiekon keula nousisi pystyyn ja sen ilmanopeus hidastuisi merkittävästi, kun maksiminopeus saavutettaisiin. Se, kuinka paljon frisbeegolfkiekon osalta maksiminopeus on, on vaikea sanoa. Simon Lizotten heittämä lähtönopeuden epävirallinen maailmanennätys on 144 km/h. Olettamalla frisbeegolfkiekon maksiminopeudeksi yhtä paljon kuin helikopterilla pitäisi Lizottenkin maksiminopeus saavuttaakseen heittää kiekko hirmumyrkyyn lukemissa olevaan vastatuuleen (106 km/h). Tästä syystä frisbeegolfkiekon maksiminopeus ei ole ongelma lajin parissa. Lisäksi luultavasti ei ole olemassa niin vakaata kiekkoa, joka lentäisi suoraan kyseisellä ilmanopeudella.

Edellä teoriaosiossa esitetyssä gyroskoopin toiminnan mallissa on omat rajoituksensa. Ensinnäkin gyroskoopin kehikon tulisi pyöriä todella nopeasti, jotta se kääntyisi vain prekessionuolen suuntaan. Todellisuudessa gyroskooppi myös pikkuhiljaa vajoaa alaspäin ja frisbeegolfkiekko kallistuu hieman suoraan voiman suuntaisesti. Tämän selittämiseksi tulisi mallin palloja tarkastella kokonaisen kierroksen ajan ja ottaa huomioon, että mallia kääntävä voima vaikuttaa muuallakin kuin vain yhdessä pisteessä. Käsitelty tapaus on ikään kuin yksinkertaistettu erikoistapaus. Malli on kuitenkin sopivan yksinkertainen tämän tutkimuksen tarkoitukseen ja pystyy antamaan ymmärrettävän kuvan siitä, miksi gyroskooppi ei vain kaadu. Toiseksi gyroskoopin kehikkoa kääntävä voima aiheuttaa mallin mukaan impulssin palloille. Näin ollen pallojen nopeus kasvaa, koska voima on kohtisuoraan nopeutta vastaan, eikä sen komponentit siten pienennä nopeutta ollenkaan. Tämän perusteella gyroskoopin kehikon pyörimisnopeuden tulisi kasvaa, kun gyroskooppi prekessoi. Luultavasti ainakin gyroskoopin osalta pyörimisnopeus ei kasva, koska kehikon laakerien kitka on varmaankin paljon suurempi kuin painovoiman aiheuttaman impulssin vaikutus. Frisbeegolfkiekon osalta on tosin mahdollista, että sen pyörimisnopeus saattaisi kasvaa kiekon kallistuessa ilmalennon aikana. Tällöin siis kiekon etenemisnopeus hidastuisi ja

nostovoima hieman kiihdyttäisi kiekon pyörimistä, mutta vain silloin kun kiekon kallistuma muuttuisi lennon aikana. Frisbeegolfkiekon pyörimistä nimittäin hidastaa vain ilman kitka, joka on luultavasti todella pieni ilmalennon aikana. Tämän tutkiminen olisi mahdollista jatkotutkimuksissa.

Tutkimusta olisi voinut laajentaa monella tapaa, sillä teoriasisällön avulla olisi mahdollista asettaa muitakin hypoteeseja. Esimerkiksi suuren nopeusnumeron kiekkojen hitausmomenttien tulisi olla suurempi kuin alivakaiden hitaampien kiekkojen hitausmomenttien. Lisäksi frisbeegolfkiekon pyörimisnopeus ei ilmeisesti juurikaan hidastu ilmalennon aikana vaan voi jopa kasvaa. Näiden hypoteesien tutkiminen olisi mahdollista jatkotutkimuksissa. Toisaalta olisi mielenkiintoista selvittää korreloiko lähtö- ja pyörimisnopeus useilla heitoilla, jos heittäjiä on vain yksi. Toisin sanoen pystyykö yksittäinen heittäjä heittämään jatkuvasti samalla lähtö- ja pyörimisnopeuden suhteella. Tässä tutkimuksessa selvisi, että ainakin yhdellä lähtönopeudella yhden heittäjän osalta pyörimisnopeus on joka heitossa samaa luokkaa. Tämä siis viittaisi siihen, että tämä edellä mainittu korrelaatio voisi ehkä pitää paikkaansa.

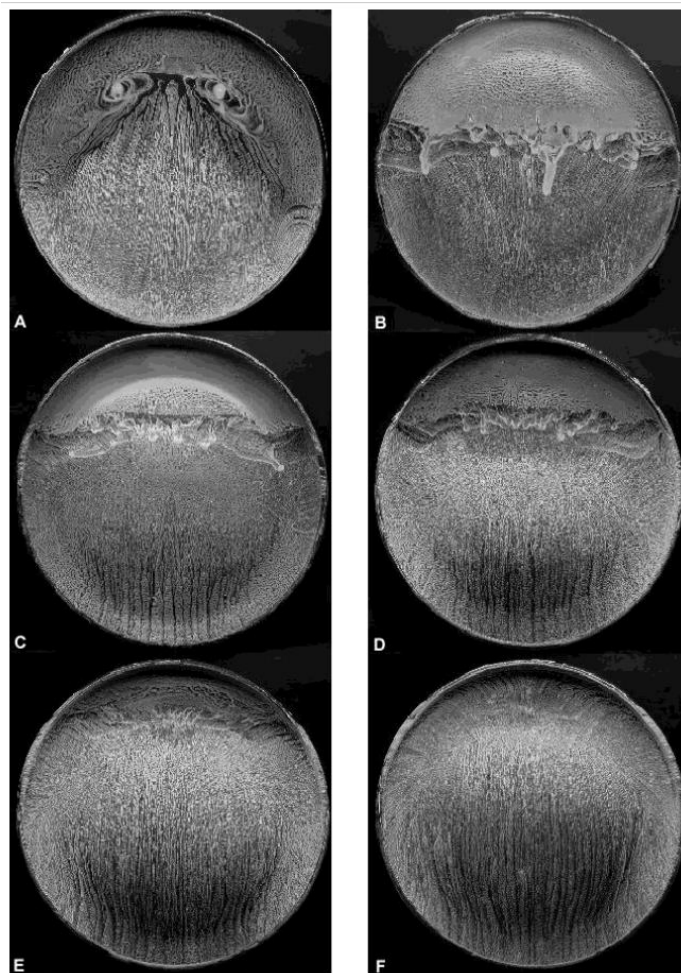
Lajin harrastajien parissa liikkuu huhuja, että joku olisi onnistunut kuluttamaan frisbeegolfkiekon sellaiseksi, että se alkulennon aikana kaartaisi väärään suuntaan ja lopuksi vielä fade-vaihe tapahtuisi väärän suuntaan. Tämä siis tarkoittaisi, että rystyheitoissa kiekko kaartaisi ensin loivasti vasemmalle ja tämän jälkeen jyrkästi oikealle. Tällä hetkellä yhdelläkään kiekkovalmistajalla ei ole tällaisia kiekkoja myynnissä. Puhtaasti teoriasisältöä tuijottaen tällaiselle kiekon käyttäytymiselle ei pitäisi olla estettä. Pienillä kiekon kohtauskulmilla painekeskipisteen vain tulisi pysyä kiekon massakeskipisteen edessä alkulennon aikana ja tämän jälkeen painekeskipisteen tulisi siirtyä kiekon takaosaan suurilla kiekon kohtauskulmilla. Käytännössä tällaisen kiekon valmistaminen lienee kuitenkin lähes mahdotonta, koska kukaan valmistaja ei ole siinä vielä onnistunut. Toisaalta PDGA (Professional Disc Golf Association) on asettanut tiukat säännöt sille, millaisia kilpailuissa käytettävät kiekot saavat olla. Nämä säännöt viimeistään luultavasti estävät väärän suuntaan kääntyvän kiekon kehittämisen. Mikäli haluttaisiin valmistaa edellä mainittu kiekko, nykyisiä kiekkoja tulisi muokata rajusti. Kiekon alapuolella ilman tulisi virrata näiden muutosten jälkeen aivan eri tavalla kuin nykyään. Luultavasti pohjaan tulisi kiinnittää erilaisia siipiä ja tehdä erilaisia reikiä, jotka muuttaisivat ilmavirtausta sopivasti. Tällaiset muutokset eivät tällä hetkellä ole sallittuja. Tällaisen kiekon kehittäminen mahdollisissa jatkotutkimuksissa olisi erittäin mielenkiintoista.

Opettajan työtä ajatellen tämä tutkimus antaa mahdollisuuden selittää varsin syvällisesti frisbeegolfkiekon lentoradan syyn. Valitettavasti monet tähän liittyvät osa-alueet ylittävät lukion opetussuunnitelman. Tästä syystä tällä tutkimuksella voisi ainakin pyrkiä herättämään oppilaiden mielenkiintoa fysiikkaa kohtaan. Opettamisen kannalta tämän tutkimuksen paras saavutus on gyroskoopin toiminnan selittäminen. Teoriasisältö antaa mahdollisuuden selittää gyroskoopin toiminnan varsin syvällisesti lukiotasolla. Gyroskoopin mallin yksittäisen pallon tarkastelu ensin avaruudessa ja tämän jälkeen osana pyörivää kiekkoa on hyvä tapa lähteä miettimään gyroskoopin toimintaa. Tämä ajattelumalli selittää hyvin, miksi pyörivään kiekkoon kohdistettu voima kääntää kiekkoa vasta pyörimissuunnassa 90 astetta myöhemmin voiman suuntaan.

- [1] Bellis, M: *The First Flight of the Frisbee*, Haettu osoitteesta: <http://www2.wall.k12.nj.us/wp-content/uploads/sites/110/2013/12/Ultimate-Frisbee-Study-guide.pdf>
- [2] Potts, J. Crowther, W. 2000. *The flow over a rotating disc-wing* University of Manchester, UK
- [3] *Center of Pressure*, NASA, Haettu osoitteesta: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/cp.html>
- [4] Brown, D. 2013. *Seeing disc golf lines with disc names*. Haettu osoitteesta: <https://www.youtube.com/watch?v=UQtiaGHC0zw> (kuvalähde)
- [5] 2013. *Innova Tern review*. Haettu osoitteesta: <https://allthingsdiscgolf.com/innovatern-disc-golf-review/> (kuvalähde)
- [6] Leroy R. 2007. *Aerodynamic Lift*. Haettu osoitteesta: <http://www.capny153.org/forceslift.htm>
- [7] Knight, R. 2008. *Physics for scientists and engineers*. Pearson Addison-Wesley
- [8] Haettu osoitteesta: <https://peda.net/oppimateriaalit/eoppi/lukio/n%C3%A4yteluvut/orbitaali-33/kjk/2i/ideaalikaasu> (kuvalähde)
- [9] Muller, D. 2012. *How does a wing actually work*. Haettu osoitteesta: <https://www.youtube.com/watch?v=aFO4PBolwFg>

- [10] Hummel, S. 1997. *Frisbee Flight Simulation and Throw Biomechanics*. University of California (Pro gradu- tutkielma). Haettu osoitteesta:
<http://morleyfielddgc.files.wordpress.com/2009/04/hummelthesis.pdf>
- [11] Fontes, E. 2014. *The Magnus Effect and the World Cup™ Match Ball*, Haettu osoitteesta: <https://www.comsol.com/blogs/magnus-effect-world-cup-match-ball/>
- [12] Potts, J. Crowther, W. 2002. *AIAA 2002-3150 Frisbee Aerodynamics* University of Manchester, UK
- [13] 2012. *Solving the mystery of gyroscope*. Haettu osoitteesta:
<https://www.youtube.com/watch?v=TUgwaKebHTs>
- [14] Lewin, W. 1999, *Lecture 24: Rolling Motion, Gyroscopes.8.01 Classical Mechanics*, Massachusetts Institute of Technology, Haettu osoitteesta:
<https://www.youtube.com/watch?v=N92FYHHT1qM>
- [15] Darling, D. *Encyclopedia of science*. Haettu osoitteesta:
<http://www.daviddarling.info/encyclopedia/G/gyroscope.html> (kuvalähde)
- [16] 2000. *Helicopter Flying Handbook*. FAA Publication 8083-21 United States Department of Transportation, Federal Aviation Administration
- [17] 2012. *Disc golf basics: Discs* Haettu osoitteesta: <http://manatt.us/2012/06/21/disc-golf-basics-discs/> (kuvalähde)
- [18] 2013, *Glider Flying Handbook*, FAA Publication 8083-13, United States Department of Transportation, Federal Aviation Administration, Haettu osoitteesta:
https://www.faa.gov/regulations_policies/handbooks_manuals/aircraft/glider_handbook/media/faa-h-8083-13a.pdf
- [19] Convers Jr, R. Hickman, B. *Mastering the wind*, Disc golf magazine, Haettu osoitteesta: http://www.discraft.com/res_wind06_p1.html
- [20] Maol, *Maol-taulukot*, Otavan kirjapaino Oy, Keuruu 2001

Frisbeen painejakauma



Kuva A.1 Tuulitunnelissa maalilla valellut kiekot eri kohtauskulmilla (A) 0° (B) 10° (C) 15° (D) 20° (E) 25°(F) 30°. [2]

Tutkimuksen mittaustulokset

	Kämmenheitot			Rystyheitot		
	v [m/s]	ω [r/s]	v/ω [m/r]	v [m/s]	ω [r/s]	v/ω [m/r]
Heittäjä 1	27,88	15,48	1,80	26,04	18,46	1,41
				27,02	21,82	1,24
	29,1	16,00	1,82	26,71	20,00	1,34
				27,04	20,00	1,35
				28,5	20,87	1,37
Heittäjä 2				22,7	18,46	1,23
	19	15,00	1,27	24,17	20,00	1,21
	20,6	14,12	1,46	24,66	20,00	1,23
	21,56	15,00	1,44	24,05	18,46	1,30
	20,43	14,12	1,45	25,54	20,00	1,28
Heittäjä 3	29,37	14,12	2,08	27,1	20,00	1,36
	30,12	14,12	2,13	27,3	20,00	1,37
	30,1	13,33	2,26	27	19,20	1,41
	29,4	15,00	1,96	28	20,00	1,40
	28,8	14,12	2,04	25,48	18,46	1,38
Heittäjä 4	20,7	9,60	2,16	20,8	12,63	1,65
	22,6	10,00	2,26	22,7	15,00	1,51
	19,7	9,60	2,05	20	12,00	1,67
				23,2	15,00	1,55
	20,9	10,00	2,09	25,5	15,00	1,70
Heittäjä 5	25,62	14,12	1,81	25,16	18,46	1,36
	24,63	14,12	1,74	24,7	18,46	1,34
	25,47	14,12	1,80	25,43	20,00	1,27
	25,42	13,33	1,91			
	24,16	14,12	1,71	25,72	20,00	1,29